

INSTITUTO FEDERAL DE MINAS GERAIS
CAMPUS SÃO JOAO EVANGELISTA
GRISELDA LEITE DE OLIVEIRA MATOS
INGRIT CRISTINA ALMEIDA DOS SANTOS

UM ESTUDO DA CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO
NO VIÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO FUNDAMENTAL

São João Evangelista
2015

GRISELDA LEITE DE OLIVEIRA MATOS
INGRIT CRISTINA ALMEIDA DOS SANTOS

UM ESTUDO DA CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO
NO VIÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto
Federal de Minas Gerais – Campus São João
Evangelista como requisito para obtenção do título
de Licenciada em Matemática.

Orientador: Profa. Ma. Jossara Bazílio de Souza
Bicalho

São João Evangelista
2015

FICHA CATALOGRÁFICA

M433c Matos, Griselda Leite de Oliveira
2015

A construção do pensamento algébrico no ensino fundamental no viés da resolução de problemas / Griselda Leite de Oliveira Matos, Ingrid Cristina Almeida dos Santos. – 2015.

47 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – Campus São João Evangelista, 2015.

Orientadora: Ma. Jossara Bazílio de Souza Bicalho.

1. Pensamento algébrico. 2. Resolução de problemas. 3. Álgebra. I. Matos, Griselda Leite de Oliveira. II. Santos, Ingrid Cristina Almeida dos. III. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – Campus São João Evangelista. IV. Título.

CDD 512

Elaborada pela Biblioteca Professor Pedro Valério – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – Campus São João Evangelista

Bibliotecário Responsável: Veríssimo Amaral Matias – CRB-6/3266

GRISELDA LEITE DE OLIVEIRA MATOS
INGRIT CRISTINA ALMEIDA DOS SANTOS

**A CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO
NO ENSINO FUNDAMENTAL NO VIÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de
Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Minas
Gerais – Campus São João Evangelista como requisito parcial
para obtenção do título de Licenciada em Matemática.
Orientador: Profa. Ma. Jossara Bazílio de Souza Bicalho

Aprovada em: 22 / 12 / 2015

BANCA EXAMINADORA



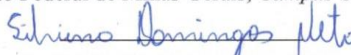
Orientadora Profa. Ma. Jossara Bazílio de Souza Bicalho

Instituição: Instituto Federal de Minas Gerais, *Campus* São João Evangelista



Profa. Ma. Danielli Ferreira Silva

Instituição: Instituto Federal de Minas Gerais, *Campus* São João Evangelista



Prof. Me. Sílvio Domingos Neto

Instituição: Instituto Federal de Minas Gerais, *Campus* São João Evangelista

Dedicatória

Ao meu esposo Sandro e a minha família,
pelo amor e carinho, compreensão e apoio
incondicional em todos os momentos.

Griselda Leite

A minha mãe Maria Piedade pelo incentivo,
Ao meu esposo Asiel Almeida pelo amor e carinho,
A minha filha Maria Alice pelo aconchego da inocência,
Aos meus irmãos Luís Felipe e Bruna Cristina pelo apoio,
A colega Griselda Leite por estarmos juntas nesses momentos.

Ingrit Cristina

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradecer a Deus por ter nos dado essa oportunidade que tanto almejamos.

A nossa orientadora, Professora Ma. Jossara Bazílio de Souza Bicalho, que sempre nos incentivou e nos deu suporte para que alcançássemos tal objetivo.

Todos os professores que contribuíram direta ou indiretamente com a nossa formação, em especial ao Professor Me. Silvino Domingos Neto, por quem temos um grande carinho.

Aos familiares, pela paciência e compreensão nos momentos em que não pudemos estar presentes.

Aos amigos que fizemos durante esses quatro anos de estudo, pelos momentos inesquecíveis que vivemos juntos.

Às instituições educacionais, com toda a sua comunidade escolar, que nos receberam de braços abertos e tanto contribuíram para a nossa prática docente.

As pesquisadoras.

RESUMO

O presente trabalho, de cunho qualitativo e bibliográfico, tem por objetivo refletir sobre a construção do pensamento algébrico e o ensino da Álgebra, no viés da Resolução de Problemas, através de um levantamento teórico em Educação Matemática e nas orientações curriculares vigentes, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), o Conteúdo Básico Comum (CBC) do estado de Minas Gerais, o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que serviram à fundamentação teórica do trabalho. Além disso, consultou-se a coleção de livro didático de Matemática adotada na Escola Estadual Senador Francisco Nunes Coelho, parceira do IFMG-SJE (Instituto Federal de Minas Gerais campus São João Evangelista) no PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência), com a finalidade de observar como está sendo abordado o tema álgebra. Verificaram-se também, em livros de Matemática dos anos iniciais (4º e 5º ano) os indícios do tratamento de uma pré-álgebra. Durante esta pesquisa, buscou-se compreender como acontece a construção do “pensamento algébrico”. Foram observadas a Álgebra e a construção do Pensamento Algébrico no Ensino Fundamental, destacando a concepção de álgebra, sequências e regularidades, no viés da Resolução de Problemas como uma tendência em Educação Matemática.

Palavras – Chave: Pensamento Algébrico; Resolução de Problemas; Álgebra.

ABSTRACT

This study, qualitative and bibliographic nature, aims to reflect on the construction of algebraic thinking and teaching of algebra, the bias of the Problem Solving through a theoretical research in mathematics education and in current curriculum guidelines, such as Parameters National Curriculum (PCNs), the Common Basic Contents (CBC) in the state of Minas Gerais, the National Textbook Program (PNLD), the Common National Base Curriculum (BNCC), which served the theoretical basis of the work. In addition, it consulted to collection of textbook Mathematics adopted in the State School Senator Francisco Nunes Coelho, partner of IFMG-SJE (Instituto Federal de Minas Gerais campus St. John the Evangelist) in PIBID (Institutional Scholarship Program for Initiation to Teaching) in order to observe how the issue is being addressed algebra. There have also, in mathematics books in the early years (4th and 5th year) the indication of the treatment of a pre-algebra. During this research, we sought to understand as is the construction of "algebraic thinking." They were observed Algebra and Algebraic Thinking on the construction of the elementary school, highlighting the concept of algebra, sequences and regularities, the bias of the Problem Solving as a trend in mathematics education.

Key - Words: Thinking Algebraic; Problem Solving; Algebra.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Concepções de Álgebra segundo Coxford e Shulte.....	13
Figura 2 - Sequências com figuras pictóricas	15
Figura 3 - Dificuldades dos alunos na passagem da Aritmética para a Álgebra	17
Figura 4 – Vertentes fundamentais do pensamento algébrico	18
Figura 5– Momentos na realização de uma investigação	23
Figura 6 - As diferentes etapas da Álgebra no Ensino Fundamental.....	25
Figura 7- Representações de Álgebra em sucessão numérica e geométrica.....	26
Figura 8 – Duas versões do material concreto Algepan	29
Figura 9 - Distribuição dos conteúdos de matemática na coleção “Porta Aberta”	36
Figura 10: Atividades de pré-álgebra, no 4º ano	37
Figura 11 - Atividades de pré-álgebra, no 5º ano	37
Figura 12 - Atividade do 5º ano envolvendo cálculo mental	38
Figura 13- Distribuição dos conteúdos na coleção “VONTADE DE SABER MATEMÁTICA”	39
Figura 14 – Atividades de pré-álgebra no 6º ano da coleção “Vontade de Saber”	40
Figura 15 – Atividades de iniciação álgebra no 7º ano da coleção “Vontade de Saber”	40
Figura 16 –Atividades de álgebra no 8º ano da coleção “Vontade de Saber”	41
Figura 17 – Álgebra no contexto geométrico no 8º ano da coleção “Vontade de Saber”	41

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
2	A ÁLGEBRA E O PENSAMENTO ALGÉBRICO NO ENSINO FUNDAMENTAL ...	11
2.1	O que é álgebra?	12
2.2	Sequências e Regularidades	14
2.3	O desenvolvimento do pensamento algébrico.....	16
3	AS CONTRIBUIÇÕES DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS AO ENSINO DA ÁLGEBRA	20
4	A ÁLGEBRA NAS ORIENTAÇÕES CURRICULARES.....	24
4.1	PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS (PCNS)	24
4.2	- CURRÍCULO BÁSICO COMUM (CBC)	26
4.3	- BASE NACIONAL CURRICULAR COMUM (BNCC).....	30
5	A ÁLGEBRA NOS LIVROS DIDÁTICOS.....	35
5.1	O Plano Nacional do Livro Didático – PNLD	35
5.2	- Álgebras nos livros didáticos dos anos iniciais.....	36
5.2	- A Álgebra na coleção “Vontade de Saber Matemática”	38
6	PERCURSO METODOLÓGICO	42
6.1	Procedimentos metodológicos.....	42
6.2	As pesquisadoras	42
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	44
	REFERÊNCIAS.....	46

1 INTRODUÇÃO

A construção do pensamento algébrico não se dá somente através da manipulação de uma expressão e resolução de uma equação. Envolve a capacidade de interpretar situações, resolver problemas e a generalização de relações matemáticas. De acordo com Milton, citado por Fiorentini (1989, p. 5): “aquilo que ensinamos em aritmética e a forma como a ensinamos têm fortes implicações para o desenvolvimento do pensamento algébrico.” São diversos os aspectos de caráter algébrico: a exploração de sequências, o estabelecimento de relações entre números e entre números e operações, e o estudo de propriedades geométricas.

Exploração de situações-problema relativamente abertas ou problematização de fatos tidos como aritméticos ou geométricos que demandem a construção de generalização, a representação de número generalizado ou de grandezas, incógnitas e variáveis. (Fiorentini, 2006, p. 232).

De forma geral, o desenvolvimento do pensamento algébrico é algo que deve ocorrer desde as séries iniciais e finais do ensino Fundamental II, pois ele abrange um dos cinco eixos temáticos de matemática propostos para o ensino Fundamental II: a Álgebra. Às vezes, ouve-se de alunos que tudo fica mais difícil quando as letras se juntam aos números. Essa reação às vezes pode ser dada pela dificuldade de compreensão de sequências, números, operações, e do significado dos símbolos para uma linguagem formal própria da Álgebra.

Enquanto o aluno adquire os procedimentos de comunicação e os conhecimentos matemáticos, é natural que se desenvolva a linguagem matemática. Trocando experiências em grupo, comunicando suas descobertas e dúvidas, ouvindo, lendo e analisando as ideias dos outros, o aluno interioriza os conceitos e significados envolvidos nessa linguagem e relaciona-os com suas próprias ideias. (SMOLE E DINIZ, 2007, p. 16).

Com base em Smole e Diniz (2007), nesta pesquisa, procurou-se relacionar o pensamento algébrico com a importância da Resolução de Problemas como recurso metodológico nas aulas de matemática na rede pública do estado de Minas Gerais. Diante disto, foi feita uma pesquisa bibliográfica de averiguação referente à Álgebra, cuja finalidade é apresentar as orientações curriculares em relação ao tema.

Este trabalho investigou o livro didático usado no oitavo ano do Ensino Fundamental no ano de 2015, pela Escola Estadual Senador Francisco Nunes Coelho na cidade de Guanhães sobre a ótica dos eixos fundamentais da Álgebra, como se dá o ensino da Álgebra no viés da Resolução de Problemas, sobretudo o desenvolvimento aritmético e o uso da linguagem verbal e escrita.

O estudo da matemática no Ensino Fundamental II torna-se complexo com a introdução da Álgebra no 8º ano, quando a linguagem algébrica torna-se simbólica, e por isso muitos alunos encontram dificuldades de realizar as operações mais complexas na resolução de equações e no trato com expressões algébricas. No entanto, essas dificuldades devem ser trabalhadas na mediação do conteúdo com métodos dinâmicos que possam auxiliar o aluno no estudo da Álgebra.

Kaput citado por Matos, Silvestre e Ponte:

[...] a Álgebra deve ser entendida de uma forma muito diferente da habitual. Na sua perspectiva, o pensamento algébrico pode tomar diversas formas que se entrelaçam. Considera que os alunos devem explorar situações aritméticas para chegar à expressão e formalização de generalizações. [...] Desta forma, a iniciação à Álgebra é feita a partir de generalizações com base nas experiências dos alunos e não pela aprendizagem descontextualizada de regras de manipulação simbólica. (MATOS; SILVESTRE; PONTE, 2008, p.1-2).

O interesse em investigar sobre o ensino e aprendizagem da Álgebra não é somente quanto à manipulação algébrica, mas sim quanto ao desenvolvimento do pensamento algébrico, com o intuito de observar e analisar sobre porque, em pleno século XXI, há alunos do 8º ano do ensino fundamental que têm tanta dificuldade em relação ao tema Álgebra.

Recentemente a proposta do documento Base Nacional Curricular Comum, BNCC¹ (2015) ressaltou que “a Álgebra está associada à capacidade de identificar atributos e regras de sequência, uma das primeiras evidências de organização do pensamento”.

A relevância do tema da pesquisa é justificada pela importância que o ensino e a aprendizagem da Álgebra ocupam na Matemática Escolar e a dificuldade que, ao mesmo tempo, desperta no aluno um desinteresse pelo conteúdo e uma aversão à disciplina. Garbi (2010) afirma que, “ao contrário, e isto costuma acontecer já no início da vida escolar, as pessoas desenvolvem por ela um entre dois tipos de sentimentos opostos: paixão, da parte de uma minoria, e a aversão.” Essa reação, em relação à Matemática, desperta em nós um grande interesse como pesquisadoras na área da Educação Matemática na busca da obtenção de respostas satisfatórias relativas a essa questão.

Esta pesquisa bibliográfica foi desenvolvida através da leitura de livros sobre os temas “Álgebra”, “Pensamento Algébrico” e “Resolução de Problemas”, com averiguações das orientações curriculares como o Parâmetro Curricular Nacional (PCN), o Conteúdo Básico

¹ Em fase de elaboração, trata-se das novas orientações curriculares brasileiras que passam a vigorar a partir do ano de 2016.

Comum (CBC), que é a proposta curricular do Estado de Minas Gerais, para o conteúdo Matemática, o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e as orientações mais recentes, a Base Nacional Curricular Comum (BNCC). Além disso, será consultado o livro didático adotado pela escola estadual Senador Francisco Nunes Coelho, onde as pesquisadoras atuaram ou atuam como bolsistas de iniciação à docência, com a finalidade de observar como está sendo o ensino da álgebra com o foco em alunos do 8º ano do Ensino Fundamental.

A atenção central em relação ao tema é de contribuir com novas pesquisas na Educação Matemática sobre a Álgebra trabalhada no oitavo ano do Ensino Fundamental, especialmente quanto ao desenvolvimento do “pensamento algébrico”. E quanto à Resolução de Problema, destacar a importância dos quatro passos da metodologia, observando alguns aspectos importantes, tais como a compreensão, estabelecimento e execução de um plano e o retrospecto da resolução.

No capítulo 2, abordar-se-á o levantamento bibliográfico acerca da Álgebra e do Pensamento Algébrico no Ensino Fundamental, destacando a concepção de álgebra, sequências e regularidades e o desenvolvimento do pensamento algébrico.

No capítulo 3, ressalta-se a Resolução de Problemas como uma tendência, nomeada como “As Contribuições da Resolução de Problemas ao Ensino da Álgebra”.

Já o capítulo 4, foi nomeado como Álgebra nas Orientações Curriculares, que trata da abordagem do tema nos documentos oficiais: Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), Currículo Básico Comum (CBC) de Minas Gerais, e o mais recente, com data de 2015, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

No capítulo 5, apresentam-se os resultados da averiguação da forma como a Álgebra é abordada no livro didático do 8º ano da Escola Estadual Senador Francisco Nunes Coelho, parceira IFMG-SJE (Instituto Federal de Minas Gerais campus São João Evangelista) através do PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência).

O capítulo 6 vem trazendo o passo a passo do percurso metodológico, explanando as informações sobre as experiências acadêmicas das pesquisadoras, e dos procedimentos metodológicos usados na pesquisa. Por fim, o capítulo 7 traz as considerações finais sobre o trabalho.

2 A ÁLGEBRA E O PENSAMENTO ALGÉBRICO NO ENSINO FUNDAMENTAL

2.1 O que é álgebra?

Para definir a álgebra, é importante entender um pouco da história da álgebra. Segundo Ponte (2009), a Álgebra situa-se na formalização e sistematização de técnicas de resolução de problemas que já foram usadas desde a antiguidade, no Egito, na Babilônia, na China e na Índia. Por exemplo, o célebre papiro de Amhes/Rhind é essencialmente um documento matemático com a resolução de diversos problemas, que assume já um marcado cunho algébrico.

Segundo Eves:

Perto do ano de 2000 a.C a aritmética babilônica já havia evoluído para uma álgebra retórica bem desenvolvida. Não só resolviam equações quadráticas, seja pelo método do equivalente ao de substituição numa fórmula geral, seja pelo método de completar quadrados, como também se discutiam algumas cúbicas (grau três) e algumas biquadradas (grau quatro). Encontrou-se uma tábua que fornece além de uma tábua de quadrados e cubos dos intervalos de 1 a 30, também a sequência de valores de n^2+n^3 correspondente a esse intervalo. São dados problemas que levam a cúbica da forma $x^3+x^2=b$ os quais podem ser resolvidos. (EVES, 2011, p.61-62)

A álgebra surgiu a partir da necessidade de se calcular com um número desconhecido. A partir de então a álgebra passou por várias evoluções, até chegar à álgebra que temos hoje.

O livro de Lins e Gimenes “Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI” (1997, p. 94-96) traz as diversas concepções da álgebra: a concepção letrista, dos cálculos realizados com letras; a concepção letrista facilitadora, do material manipulativo como recurso didático; a concepção partida do “concreto”, do conhecimento algébrico para a organização do pensamento algébrico. Neste texto, alguns autores falam do uso dos símbolos, das dificuldades dos alunos em assimilar as letras e os números. Eles afirmam que as crianças que já passaram por processo de ensino e aprendizagem ligada ao tema deveriam naturalmente ter mais sucesso em situações que envolvam esse tema. No entanto, não ocorre de maneira satisfatória em relação ao nível de escolarização.

Coxford e Shulte (1995) afirmam que há diferentes concepções de álgebra relacionadas com os diferentes usos das variáveis (figura 1):

Figura 1 - Concepções de Álgebra segundo Coxford e Shulte

Concepção de álgebra	Uso das variáveis
Aritmética generalizada	Generalizadoras de modelos (traduzir, generalizar)
Estudo de procedimentos para resolver problemas	Incógnitas, constantes (resolver, simplificar)
Estudo de relações entre grandezas	Argumentos, parâmetros (relacionar, fazer gráficos)
Estudo de estruturas	Sinais arbitrários no papel (manipular, justificar)

Fonte: Coxford e Shulte (1995, p. 5)

Segundo Polya (1995, p.4) “o objetivo de um ‘problema de determinação’ é encontrar um certo objeto: a incógnita do problema”. Um grave problema no ensino da Álgebra é que ele tem se limitado, em grande parte, à aplicação de regras e procedimentos, principalmente através da resolução de exercícios repetitivos. Deste modo, o que é pedido aos alunos é que saibam aplicar essas regras e procedimentos numa determinada expressão, sem que percebam a sua estrutura, o seu significado ou aplicações em problemas de investigação.

Uma concepção simplista da Álgebra é que se trata de calcular com letras. A letra, porém, representa uma incógnita, que pode ter uma interpretação prática. Os cálculos algébricos dependem da correta manipulação dos símbolos e das operações. Lins (1997, p.122) diz: [...] “essa é a perspectiva que estabelece, definitivamente, nossa afirmação de que a atividade algébrica e a atividade aritmética acontecem juntas, embora em planos diferentes”.

Enfatizam ainda:

As tentativas mais superficiais de descrever a atividade algébrica têm em comum o fato de ficarem apenas na primeira parte do trabalho: a associação com conteúdos é imediata, e a caracterização para por aí: atividade algébrica é resolver problemas de álgebra (resolver equações, por exemplo), sejam eles problemas descontextualizados ou parte da solução de problemas contextualizados. Em resumo, a atividade algébrica é descrita como ‘fazer ou usar álgebra’. A versão mais banal dessa posição

é a que descreve a atividade algébrica como ' calcular com letras. (LINS e GIMENES, 1997 p. 90).

Para Sortisso (2011):

A álgebra é composta por símbolos e rígidas regras, as letras são chamadas de variáveis ou incógnitas para servirem de auxílio na resolução de equações e sistemas. Inicialmente, o trabalho com a álgebra é dirigido às equações, as letras são aprendidas como um valor numérico que é desconhecido e que será determinado após alguns ou uma série de cálculos. Na sua abordagem mais elementar as equações e os sistemas de equações possuem um determinado conjunto solução, dependendo de seu universo, pois a incógnita é somente um valor desconhecido a ser descoberto e não algo que "varia". (SORTISSO, 2011, p.7).

No BNCC (2015, p.120) diz-se que álgebra está associada à capacidade de identificar atributos e regras de formação de sequências, uma das primeiras evidências de organização do pensamento.

Para Lins (1997, p.137) "a álgebra consiste em um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade e desigualdade".

Ponte, Branco e Matos (2009) consideram que a visão da Álgebra como campo em que se estudam expressões, equações e regras de transformação ainda é a que prevalece, apesar de seu aspecto redutor.

2.2 Sequências e Regularidades

O que ensinamos e de que forma ensinamos na aritmética define como o aluno vai desenvolver o pensamento algébrico. A exploração de sequências, o estabelecimento de relações entre números e entre números e operações, e o estudo de propriedades geométricas são caracteres algébricos necessários para a construção do pensamento algébrico.

Para Ribeiro e Cury (2015):

A Álgebra é objeto de pesquisa desde que a humanidade se debruçou sobre a realidade para construir seu conhecimento, chegando às abstrações que permitem novas visões sobre cada conceito criado. Assim deveria ser explorada desde os anos iniciais do ensino, pois dela faz parte um conjunto de processos e pensamentos que têm origem em experiências com números, padrões, entes geométricos e análise de dados. [...]a Álgebra, trabalhada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, pode ser o fio condutor do currículo escolar e o desenvolvimento do pensamento algébrico pode permitir que sejam realizadas abstrações e generalizações que estão na base dos processos de modelagem matemática da vida real. (RIBEIRO; CURY, 2015, p.11).

A introdução da álgebra dá-se a partir de regularidades e sequências. Os livros didáticos apresentam as “leis de formação”, daí a necessidade dos símbolos. Os livros trazem exercícios iniciais como o “dobro de um número” ou “pense em um número e adicione o número dois” e assim vai-se introduzindo aos poucos o conceito de álgebra e suas regularidades.

O aluno precisa entender esse processo de sequências e regularidades, pois é a base para o aprendizado de álgebra. As sequências podem ser pictóricas ou numéricas, como ilustrado na figura 2.

Figura 2 - Sequências com figuras pictóricas

Tarefa1



- 1- Descreva a sequência.
- 2- Quantos elementos tem a sequência inicial?
- 3- Complete a sequência.
- 4- Como será o 20º elemento da sequência?
- 5- Em trinta elementos, quantas vezes aparecerão o 1º/4º?
- 6- Em 60 elementos, quantas vezes aparecem:
 - 6.1- O 2º/5º elemento?
 - 6.2- O 3º/6º elemento?

Fonte: Ponte; Velez, 2010 p. 6.

| Segundo John Threlfall, citado por Ponte e outros:

[...] o uso de sequências repetitivas constitui um veículo para o trabalho com símbolos, um caminho conceptual para a Álgebra e um contexto para a generalização. Faz notar, no entanto, que as crianças mais novas podem continuar as sequências repetitivas usando métodos rítmicos sem compreender a unidade. A regularidade que ocorre tem por base um ritmo que lhes permite continuar uma sequência. (THRELFALL apud PONTE, BRANCO e MATOS, 2009, p. 41-42)

As sequências podem ser apresentadas de maneiras diferentes, mas não deixando a condição de sequência. Tais representações têm grande importância para o pensamento

algébrico. As sequências apresentadas pelo professor fazem com que os alunos criem suas próprias sequências. O professor, na sua condição de conduzir o aluno a pensar algebricamente, deve instigar o aluno para que o mesmo faça as relações entre sequências e variáveis. Com isso, o aluno vai adquirindo seus métodos de construção do pensamento algébrico.

Possamai e Baier (2013) ressaltam a dificuldade no estudo da álgebra:

O foco da atividade algébrica é estabelecer relações entre grandezas e expressá-las de forma simplificada, de forma geral. Apesar de efetuarem-se alguns procedimentos para resolver problemas, que por vezes resultam em uma resposta numérica, o foco principal e imediato da álgebra é o estabelecimento da generalização. (POSSAMAI e BAIER, 2013, p.77).

2.3 O desenvolvimento do pensamento algébrico

O pensamento algébrico “o pensar algebricamente” consolida-se quando da passagem da Aritmética para a Álgebra. Sobre as dificuldades dos alunos nessa transição, Ponte (2006) destaca algumas (figura 3).

Figura 3 - Dificuldades dos alunos na passagem da Aritmética para a Álgebra

- Dar sentido a uma expressão algébrica,
- Não ver a letra como representando um número,
- Atribuir significado concreto às letras,
- Pensar uma variável com o significado de um número qualquer,
- Passar informação da linguagem natural para a algébrica.
- Compreender as mudanças de significado, na Aritmética e na Álgebra, dos símbolos $+$ e $=$,
- Não distinguir adição aritmética ($3+5$) da adição algébrica ($x+3$),

Fonte: Ponte (2006, p.10)

Segundo Fiorentini, Miorim e Miguel:

[...] a condição necessária à existência de um pensamento algébrico autônomo é não apenas a consciência da necessidade de existência de uma linguagem específica a essa forma de pensamento, mas também a consciência de que essa linguagem, para adquirir a dimensão operatória e revelar o seu poder transformacional e instrumental, deve atingir o status e o estágio mais elevado de uma linguagem verdadeiramente simbólica. (FIORENTINI, MIORIM e MIGUEL, 1993 p.83).

Sortisso reforça:

A linguagem algébrica representa a manifestação do pensamento algébrico. Porém, o pensar algébrico ainda não faz parte de muitos processos de aprendizagem que ocorrem em sala de aula, disso pode-se concluir que a álgebra perdeu seu valor como um instrumento rico para o desenvolvimento de um raciocínio abrangente e dinâmico. (SORTISSO, 2011 p.7)

Segundo Ponte, Branco e Matos (2009): o grande objetivo do estudo da Álgebra nos ensinos básico e secundário é desenvolver o pensamento algébrico dos alunos. Este pensamento inclui a capacidade de manipulação de símbolos, mas vai muito além disso.

Os autores ainda destacam:

[...] o pensamento algébrico inclui a capacidade de lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações e funções. Inclui, igualmente, a capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios. A capacidade de manipulação de símbolos é um dos elementos do pensamento algébrico, mas também o é o “sentido de símbolo” (*symbolsense*), como diz Abraham Arcavi¹¹, que inclui a capacidade de interpretar e usar de forma criativa os símbolos matemáticos, na descrição de situações e na resolução de problemas. (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p.10).

Ponte (2009, p.10) que diz: “No pensamento algébrico dá-se atenção não só aos objetos, mas principalmente às relações existentes entre eles, representando e raciocinando sobre essas relações tanto quanto possível de modo geral e abstrato”. O autor ainda destaca, em um de seus estudos sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico, que a álgebra não se reduz somente ao simbolismo formal.

Aprender Álgebra implica ser capaz de pensar algebricamente numa diversidade de situações, envolvendo relações, regularidades, variação e modelação. Resumir a atividade algébrica à manipulação simbólica equivale a reduzir a riqueza da Álgebra a apenas a uma das suas facetas. (PONTE, 2009, p.10).

Segundo Duval (2008, p.11-33), as representações no processo ensino e aprendizagem são muito importantes e é bastante usada na matemática, pois pode-se, a partir delas, obter uma escrita na língua natural, um símbolo ou até mesmo as figuras como representantes de objetos matemáticos. Já para Vygotsky (1993, p.120), pensamento e linguagem são interdependentes, um promovendo o desenvolvimento do outro e vice-versa. Ou seja, no processo de ensino e aprendizagem, as representações potencializam o desenvolvimento do pensamento algébrico. As relações entre a aritmética e a álgebra devem ocorrer.

Já para Ponte (2009) “a linguagem algébrica cria possibilidades de distanciamento em relação aos elementos semânticos que os símbolos representam. Deste modo, a simbologia

algébrica e a respectiva sintaxe ganham vida própria e tornam-se poderosas ferramentas para a resolução de problemas”.

Na figura 4 as representações do pensamento algébrico segundo Ponte, Branco e Matos (2009)

Figura 4 – Vertentes fundamentais do pensamento algébrico

Representar • Ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais; • Traduzir informação representada simbolicamente para outras formas de representação (por objetos, verbal, numérica, tabelas, gráficos) e vice-versa; • Evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos.
Raciocinar • Relacionar (em particular, analisar propriedades); • Generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensão das regras; • Deduzir.
Resolver problemas e modelar situações • Usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (de equações e de inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação).

Fonte: (Ponte, Branco e Matos, 2009, p.11).

Para que o pensamento algébrico aconteça, é fundamental que se desenvolva nos alunos a construção do pensamento algébrico desde os anos iniciais. O pensamento algébrico deve desenvolver nos alunos a capacidade resolver problemas que envolvam variáveis entre outros, dando sentido às resoluções sem ser uma pratica repetitiva e mecânica, para que dessa forma esses ampliem o leque de estratégias e raciocínio.

Nesse sentido Ponte, Branco e Matos, (2009) defendem a necessidade de promover uma iniciação ao pensamento algébrico desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, preparando o terreno para as aprendizagens posteriores.

3 AS CONTRIBUIÇÕES DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS AO ENSINO DA ÁLGEBRA

Procuramos entender a diferença entre o método tradicional e o método no viés da Resolução de Problemas para ensinar a Álgebra. Baldim (2008) compara os dois métodos de ensino, segundo consta no quadro 1.

Quadro 1 - Comparação entre procedimentos em uma aula tradicional com aula de Resolução de Problemas

Tendência tradicional	Tendência da Resolução de Problemas
1) O Professor explica a matéria (teoria).	(1) O professor apresenta um problema escolhido por ele ou pelo(s) aluno(s).
2) O professor mostra exemplos.	2) Os alunos tentam resolver o problema com o conhecimento que têm.
3) O professor propõe “exercícios” semelhantes aos exercícios dados para que os alunos resolvam.	3) Quando os alunos encontram algum obstáculo, o professor os auxilia por exemplo com a re(visão) do conteúdo.
4) O Professor (ou aluno) resolve no quadro os exercícios.	4) Resolvido o problema, os alunos discutem sua solução, se necessário, com a ajuda do professor. Essa discussão envolve todos os aspectos da resolução do problema, inclusive os do conteúdo necessário.
5) O professor propõe aos alunos outros “exercícios” já não tão semelhantes aos exemplos que ele resolveu.	5) O professor apresenta outro problema escolhido por ele ou pelo(s) aluno(s).
6) O professor (ou um aluno) resolve os exercícios no quadro.	
7) O professor propõe “problemas”, se for o caso, ou mais “exercícios”.	
8) Correção dos “problemas” ou dos “exercícios”.	
9) O professor começa outro assunto.	

Fonte: Baldim (2008, p.11)

Nesse sentido, Sortisso (2011) diz que:

A álgebra, quando desenvolvida pelo modo tradicional, põe em questão técnicas de cálculo; deixa-se de lado o desenvolvimento do sentido numérico. Dessa forma a álgebra perde sua importância como ferramenta útil para a resolução de problemas, as crianças perdem a oportunidade de refletir sobre fatos genéricos apresentados em situações onde também a lógica das operações é desenvolvida. (SORTISSO, 2011, p.9)

Balim (2008) também retrata sobre as fases da Resolução de Problemas no quadro 2.

Quadro 2 – Fases da Resolução de Problemas

COMPREENSÃO DO PROBLEMA		
Primeiro	É preciso compreender o problema	É preciso que o aluno compreenda o problema, descrevendo as relações entre dados e incógnitas, podendo usar figuras, diagramas ou adotar uma notação que julgue adequada.
ESTABELECIMENTO DE UM PLANO		
Segundo	Encontre a conexão entre os dados e a incógnita	Baseando-se em conhecimentos já adquiridos ou considerando problemas auxiliares, o aluno deve procurar encontrar uma conexão imediata com um problema correlato. É preciso chegar afinal a um plano de resolução.
EXECUÇÃO DO PLANO		
Terceiro	Execute o seu plano	Esta pode ser a parte mais fácil do processo desde que as fases anteriores estejam corretas. Por outro lado, somente executando seu plano, verá o aluno a necessidade de correções às etapas anteriores.

RETROSPECTO		
Quarto	Examine a solução obtida	Examinar a solução obtida, nesta fase poderá ser revisado todo o processo e perceber se existe um modo diferente para o problema ser resolvido.

Fonte: Baldim (2008, p.12)

No documento da Base Nacional Comum Curricular (2015) diz que:

[...] É fundamental que o ensino seja contextualizado e interdisciplinar, mas que, ao mesmo tempo, se persiga o desenvolvimento da capacidade de abstrair, de perceber o que pode ser generalizado para outros contextos, de usar a imaginação. No processo de contextualizar, abstrair e voltar a contextualizar, outras capacidades são essenciais, como: questionar, imaginar, visualizar, decidir, representar e criar. Nessa perspectiva, alguns dos objetivos de aprendizagem formulados começam por: “resolver e elaborar problemas envolvendo...”. Nessa enunciação está implícito que o conceito em foco deve ser trabalhado por meio da resolução de problemas, ao mesmo tempo em que, a partir de problemas conhecidos, deve-se imaginar e questionar o que ocorreria se algum dado fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescida. Nesse sentido, indicamos a elaboração de problemas pelos /as próprios /as estudantes, e não apenas a proposição de enunciados típicos que, muitas vezes, apenas simulam alguma aprendizagem. (BNCC, 2015, p. 118)

Considerar o que o aluno já sabe, e usar disso como aliado ao processo de ensino é um grande facilitador do aprendizado. O objetivo da Resolução de Problemas é contribuir para o processo de desenvolvimento do pensamento algébrico.

De acordo com Smole (2012):

A resolução de problemas nesse sentido não é uma situação qualquer, focada em achar uma resposta de forma rápida, mas deve colocar o resolvidor diante de uma série de decisões a serem tomadas para alcançar um objetivo previamente traçado por ele mesmo ou que lhe foi proposto, mas com o qual ele interage, se desafia e envolve. (SMOLE, 2012, p.1)

A autora ainda afirma:

A resolução de problemas se caracteriza por uma postura de inconformismo frente aos obstáculos e ao que foi estabelecido por outros, sendo um exercício contínuo de desenvolvimento do senso crítico e da criatividade, que são características primordiais daqueles que fazem ciência e que são objetivos importantes do ensino de Matemática. (SMOLE, 2012, p.2)

A Resolução de Problemas é uma metodologia capaz de dar sentido e significado matemático na ampliação do desenvolvimento do pensamento algébrico. Segundo Ponte:

A distinção entre exercício e problema foi formulada por Polya e tem-se mostrado muito útil para analisar os diferentes tipos de tarefas matemática. Um problema é

uma questão para a qual o aluno não dispõe de um método que permita a sua resolução imediata, enquanto que um exercício é uma questão que pode ser resolvida usando um método já conhecido. (PONTE, 2009, p.22)

O autor ainda destaca:

Os exercícios e os problemas têm uma coisa em comum. Em ambos os casos, o enunciado indica claramente o que é dado e o que é pedido. Não há margem para ambiguidades. A solução é sabida de antemão, pelo professor, e a resposta do aluno ou está certa ou está errada. Numa investigação, as coisas são um pouco diferentes. Trata-se de situações mais abertas – a questão não está bem definida no início, cabendo a quem investiga um papel fundamental na sua definição. E uma vez que os pontos de partida podem não ser exatamente os mesmos, os pontos de chegada podem ser diferentes. (PONTE, 2009, p.23)

Para Ponte (2009, p.23) o conceito de investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa.

Figura 5– Momentos na realização de uma investigação

Exploração e formulação de questões	• Reconhecer uma situação problemática
Conjecturas	• Organizar dados • Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)
Testes e reformulação	• Realizar testes • Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	• Justificar uma conjectura • Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Fonte: Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p.21)

Tanto na Resolução de problemas quanto na Investigação Matemática, os problemas contextualizados devem assumir o papel principal de promover a aprendizagem. Investigar, resolver problemas e pensar algebricamente são métodos capazes de desenvolver nos alunos o processo do pensamento algébrico, tornando-os capazes de construir seus próprios conhecimentos.

4 A ÁLGEBRA NAS ORIENTAÇÕES CURRICULARES

4.1-Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNS)

A fim de aprofundar um debate educacional que envolvesse escolas, pais, governos e sociedade e dessa origem a uma transformação positiva no sistema educativo brasileiro, ano de 1998, foi elaborado o documento Parâmetros Curriculares Nacionais- PCN, por professores e especialistas em educação do nosso país. Nos PCNs os conteúdos foram distribuídos e organizados em ciclos, 1º ciclo (1ª e 2ª série), 2º ciclo (3ª e 4ª série), 3º ciclo (5ª e 6ª série), 4º (7ª e 8ª série).

A Álgebra nos Parâmetros Curriculares Nacionais é um dos eixos temáticos do conteúdo de matemática proposto para o 4º ciclo. A orientação do documento é que o aluno desenvolva a capacidade de abstração e generalização por meio da resolução de problemas contextualizados. Mas já para o 3º ciclo se propõe um trabalho com uma pré-álgebra.

Embora se considere importante que esse trabalho chamado de pré-álgebra aconteça nas séries iniciais, ele deve ser retomado no terceiro ciclo para que as noções e conceitos algébricos possam ser ampliados e consolidados. Para isso é desejável que o professor proponha situações de modo que permitam identificar e generalizar as propriedades das operações aritméticas, estabelecer algumas fórmulas. (BRASIL, 1998, p.117).

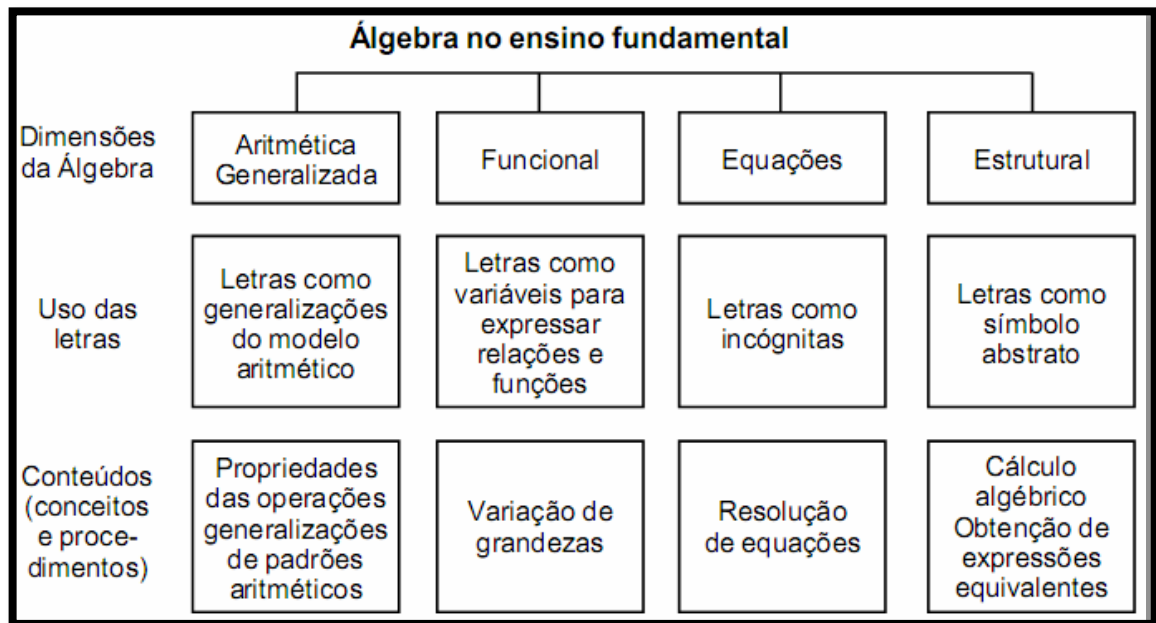
Os Parâmetros Curriculares Nacionais orientam que o professor de Matemática no 4º ciclo² deve utilizar, no ensino de Álgebra, situações que levem o aluno a construir por si só a noção algébrica.

Para uma tomada de decisões a respeito do ensino da Álgebra, deve-se ter, evidentemente, clareza de seu papel no currículo, além da reflexão de como a criança e o adolescente constroem o conhecimento matemático, principalmente quanto à variedade de representações. Assim, é mais proveitoso propor situações que levem os alunos a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos, estabelecendo relações, do que desenvolver o estudo da Álgebra apenas enfatizando as manipulações com expressões e equações de uma forma meramente mecânica. Existe um razoável consenso de que para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra. (BRASIL, 1998, p.116).

Na figura 6, apresenta-se a síntese simplificada das diferentes interpretações da Álgebra escolar e as diferentes funções das letras, de acordo com os PCNs.

² O equivalente hoje ao 8º e 9º anos.

Figura 6 - As diferentes etapas da Álgebra no Ensino Fundamental



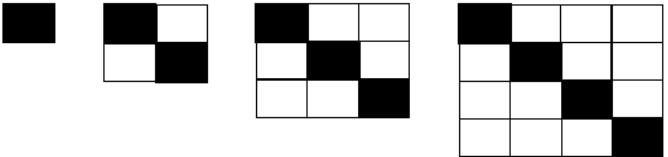
Fonte: BRASIL, 1998, p.116

O ensino da Álgebra, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais, requer que o professor estimule os alunos a construir noções algébricas a partir de observações de regularidades, sequências, e não somente através de manipulações de expressões e equações de uma forma mecânica.

Os adolescentes desenvolvem de forma bastante significativa a habilidade de pensar abstratamente, se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a Aritmética. Assim, os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida e rica em significados. (BRASIL, 1998, p.117).

Para os PCNs, a Álgebra é a linguagem própria para expressar regularidades. Na figura 7, alguns exemplos dados pelos PCNs.

Figura 7- Representações de Álgebra em sucessão numérica e geométrica

Posição:	1º	2º	3º	4º	5º	nº
Nº quadradinhos:	1	$2 + 1 = 3$	$3 + 2 = 5$	$4 + 3 = 7$	$5 + 4 = 9$	$n + n - 1$
Um outro exemplo:						
						
	1	2	3	4		

Fonte: BRASIL, 1998, p.117

Para os PCNs, a Álgebra deve ser pensada a partir de situações investigativas. No primeiro exemplo da figura 1, é explorada a ideia de sucessão numérica. No outro exemplo, um caso de representação geométrica a partir da exploração de sequência, a atividade investigativa pretende levar o aluno à conclusão sobre a fórmula do enésimo quadradinho: $n^2 - n$.

Para o 4º ciclo, os PCNs propõem que o professor esclareça e generalize as equações abordando a incógnita, introduzindo noção de variável, funções, inequação.

No quarto ciclo pode-se construir uma série de retângulos semelhantes (como a medida da base igual ao dobro da medida da altura) e analisar a variação da área em função da variação da medida da base, determinando a sentença algébrica que relaciona essas medidas e expressando-a por meio de um gráfico cartesiano. (BRASIL, 1998, p.118).

4.2 - Currículo Básico Comum (CBC)

O CBC (Currículo Básico Comum) de Matemática foi elaborado no ano 2000 por um coletivo de professores, analistas, técnicos da SEE/MG (Secretaria de Educação do Estado de Minas Gerais) e as SREs (Secretarias Regionais de Educação), especialistas e acadêmicos, com o intuito de incluir habilidades relacionadas à disciplina, em tópicos que pretendiam garantir uma melhor eficiência nos ciclos da aprendizagem ao longo de cada série no ano letivo. A proposta do documento é que ele funcione como um instrumento que facilite o trabalho do professor, auxiliando nos processos de ensino e aprendizagem, trazendo sugestões

de cada competência a ser adquirida no ensino, aqui especificamente discutido, de matemática.

Nas orientações pedagógicas do CBC constam como objetivos para a Matemática no Ensino Fundamental II:

- Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da competência para resolver problemas;
- Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista de relações entre eles, utilizando para isso o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, estatístico, combinatório, probabilístico); selecionar, organizar e produzir informações relevantes para interpretá-las e avaliá-las criticamente.
- Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;
- Comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;
- Estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos, e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;
- Sentir-se seguro da própria competência e construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções;
- Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar e aprendendo com eles.

Sobre as metodologias no ensino de Matemática, o CBC orienta:

Deve-se evitar a formalização excessiva e concentrar-se no desenvolvimento de habilidades conceituais e manipulativas, estimulando o uso de mecanismos informais como intuição, analogia, reconhecimento de padrões, análise de casos particulares e generalização, aproximação, estimativas. Por outro lado, no 8º e 9º anos, quando já se atingiu alguma maturidade, é adequado e desejável introduzir de modo gradativo o método lógico dedutivo, apresentando e requerendo do aluno demonstrações simples em álgebra e geometria. (MINAS GERAIS, 2000, p.12).

Sobre o ensino da Álgebra, de acordo com as orientações do CBC, este tema é introduzido no 7º ano (e aprofundado no 8º e 9º), quando do trabalho com os descritores 5.1, 5.2, 5.3, que tratam das habilidades: utilizar a linguagem algébrica para representar simbolicamente as propriedades das operações nos conjuntos numéricos e na geometria; interpretar e produzir escritas algébricas, em situações que envolvam generalização de propriedades, incógnitas, fórmulas, relações numéricas e padrões; resolver situações problema utilizando a linguagem algébrica.

Nas orientações pedagógicas acerca do tema, o documento destaca:

Salientamos que a álgebra é um ramo da Matemática que estuda e generaliza conceitos e definições, abrangendo diversas áreas do conhecimento. Ao ensinar álgebra no ensino fundamental, devemos abordar as diversas fórmulas matemáticas existentes, mostrando ao aluno a importância desse conteúdo. Podemos destacar algumas fórmulas matemáticas interessantes e suas aplicações para trabalhar em sala de aula: Densidade de um corpo, MC – Índice de Massa Corpórea, Fórmula de Lorentz que calcula o peso ideal de acordo com a altura, Consumo de Energia Elétrica de uma casa, Velocidade Média de um objeto em movimento. Além disso, a álgebra se destaca no ensino da Geometria, pois podemos usar de fórmulas para cálculos variados de área e volume, de acordo com as formas geométricas existentes. (MINAS GERAIS, 2000, p.45).

Com o propósito de despertar e desenvolver nos alunos as mais amplas habilidades, o documento sugere relacionar os contextos matemáticos com situações cotidianas, destacando a importância da contextualização no ensino Matemática.

Muitos acham que contextualizar é encontrar aplicações práticas para a Matemática a qualquer preço. Desta concepção resulta que um conteúdo que não se consegue contextualizar, não serve para ser ensinado. Contextualizar não é abolir a técnica e a compreensão, mas ultrapassar esses aspectos e entender fatores externos aos que normalmente são explicitados na escola de modo que os conteúdos matemáticos possam ser compreendidos dentro do panorama histórico, social e cultural. Uma frase clichê é a de que álgebra não tem contextualização. Vale lembrar que, com a álgebra, pode-se desenvolver um conhecimento matemático mais elevado por intermédio da manipulação de conceitos mais simples e conhecidos pelo aluno, a partir de um dado conteúdo mais complexo pode-se melhorar a compreensão de outro já conhecido e isso é uma forma de contextualização que permite ao professor justificar um conteúdo com vistas à motivação do aluno para o estudo e aprendizagem significativa. (MINAS GERAIS, 2000, p.45).

Os descritores 6.1, 6.2, 6.3, 7.1, 7.2, 7.3, que envolvem as habilidades relacionadas aos tópicos “Valor numérico de expressões algébricas” e “Operações com expressões algébricas” devem ser introduzidos no 8º ano e aprofundados no 9º. Em relação a esses conteúdos o CBC enfatiza:

É de extrema relevância apontar constantemente que identidades algébricas são de caráter geral, enfatizando que é possível prová-las ou falseá-las. Esta preparação é essencial para que mais tarde, ao se defrontar com situações mais complexas, o aluno não encontre dificuldades na parte manipulativa e possa se concentrar na parte conceitual de diferentes áreas do conhecimento. Do ponto de vista operacional, o cálculo do valor numérico de uma expressão não apresenta nada de novo, pois é equivalente a efetuar operações numéricas. Assim, ao trabalhar com substituição, o professor deve se concentrar em mostrar para que serve a substituição. (MINAS GERAIS, 2000, p.47).

Ao discutir sobre o ensino dos conteúdos “Operações com polinômios”, “Frações algébricas” e “Operações com frações algébricas”, o CBC propõe a utilização de material concreto, alertando para a forma correta de sua utilização.

[...] não basta abrir uma caixa cheia de peças coloridas e deixar os alunos quebrarem a cabeça, sozinhos. Ao levar o material concreto para a sala de aula, é preciso planejar e se perguntar: ele vai ajudar a classe a avançar em determinado conteúdo? No caso da álgebra sugerimos o uso do Algeplan é um material manipulativo utilizado para o ensino de soma, subtração, multiplicação e divisão de polinômios de grau no máximo dois. A ideia fundamental do Algeplan é estudar as operações com polinômios utilizando áreas de retângulos. A partir desta concepção são construídas as peças que representam os monômios que compõem este material, sugerimos que construam com seus alunos um Algeplan e procure trabalhar com a substituição, mostrando sua utilidade. (MINAS GERAIS, 2000, p.47).

Na figura 8, o material concreto *Algeplan*, mencionado no CBC.

Figura 8 – Duas versões do material concreto Algeplan



Fonte: <http://www.casadaeducacao.com.br/algeplan.183.html>

Os tópicos 8 e 9, que tratam respectivamente dos assuntos “Equações do primeiro

grau” e “Sistemas de equações do primeiro grau”, devem ser introduzidos no 7º ano, aprofundados no 8º e consolidados no 9º, o que ilustra a gradação I, A, C, incluída no CBC.

[...] ao incluirmos a Gradação **Introduzir, Aprofundar e Consolidar** — I, A, C - para o desenvolvimento das habilidades, ao longo dos anos de escolaridade, distribuída para cada habilidade/conteúdo, em seu respectivo **ano/ciclo de escolaridade**, reafirmamos o que já tem sido prática cotidiana dos nossos colegas professores de anos iniciais. Ao iniciar uma habilidade/conteúdo, **introduzir uma habilidade** através de novo conhecimento, o professor deve mobilizar conhecimentos prévios, contextualizando, despertando a atenção e o apreço do aluno para a temática. Em momento seguinte de aprendizagem, faz-se necessário **aprofundar essa habilidade**, num trabalho sistematizado, relacionando essas aprendizagens ao contexto e a outros temas próximos. Finalmente, **consolidar** aquela aprendizagem, também com atividades sistematizadas, significa torná-la um saber significativo para o aluno, com o qual ele possa contar para desenvolver outras habilidades, ao longo de seu processo educacional. (MINAS GERAIS, 2000, p.8).

Ainda em relação ao tópico 9, destaca-se a habilidade de resolver problemas modelados por um sistema de equação do primeiro grau:

Assim como no estudo das equações, também o estudo dos sistemas de duas equações do primeiro grau com duas incógnitas deve partir também da necessidade de resolver problemas. Para isso, o professor pode, por exemplo, retomar os problemas que foram trabalhados no estudo das equações de 1º grau que recaiam em sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas. Por exemplo, no problema: O perímetro de um jardim retangular é igual a 100 metros. O lado maior do jardim mede 10 metros a mais que o seu lado menor. Quais as medidas dos lados desse jardim? A tradução desses problemas para a linguagem algébrica levará o aluno a perceber a necessidade de se ter métodos para resolver as equações resultantes. (MINAS GERAIS, 2000, p.49).

4.3 - Base Nacional Curricular Comum (BNCC)

Em construção e com previsão de ser concluída em 2016, a BNCC é um documento que se propõe a substituir os PCNs. Prevista no Plano Nacional de Educação (PNE), é a partir de sua elaboração que serão definidos os objetivos de aprendizagem a serem considerados pelos profissionais da educação no momento de elaborar o projeto pedagógico da escola e o currículo das aulas de educação infantil, ensino fundamental e ensino médio.

Como objetivos gerais da área de Matemática da Educação Básica, o BNCC apresenta:

- Estabelecer conexões entre os eixos da Matemática e entre esta e outras áreas do saber.

- Resolver problemas, criando estratégias próprias para a sua resolução, desenvolvendo imaginação e criatividade.
- Raciocinar, fazer abstrações com base em situações concretas, generalizar, organizar e representar.
- Comunicar-se, utilizando as diversas formas de linguagem empregadas em Matemática.
- Utilizar a argumentação matemática apoiada em vários tipos de raciocínio.

No BNCC, esses objetivos foram organizados em cinco eixos: Geometria; Grandezas e Medidas; Estatísticas e Probabilidade; Números e Operações; Álgebra e Funções. Segundo o BNCC:

O eixo da Álgebra, nessa etapa, está associado à capacidade de identificar atributos e regras de formação de sequências, uma das primeiras evidências de organização do pensamento. Pode-se também reconhecer mudanças, e relações, primeiros indícios da ideia de função. (BRASIL, 2015, p.120).

No BNCC, o tópico Álgebra está associado ao tema Funções. Sobre este eixo temático, no Ensino Fundamental, o documento destaca:

É nessa etapa, também, que o eixo da Álgebra e Funções ganha densidade, o que contribui não apenas para aumentar o raciocínio lógico, mas, principalmente, o poder de resolver problemas que dependem de um novo tipo de compreensão das informações disponíveis para gerar modelos de resolução. (BRASIL, 2015, p.121).

Sobre a inter-relação entre os conteúdos matemáticos, o documento destaca:

A evolução do conhecimento matemático como ciência veio acompanhada de uma organização em eixos tais como geometria, álgebra, operações aritméticas, dentre outros. Essa organização deve ser vista tão somente como um elemento facilitador para a compreensão da área da matemática. Os objetos matemáticos não podem ser compreendidos isoladamente, eles estão fortemente relacionados uns aos outros. Superar a perspectiva de limitar esses objetos em blocos isolados e estanques tem sido um dos principais desafios a serem vencidos com relação às práticas escolares de trabalho com Matemática. (BRASIL, 2015, p.116).

No quadro 3, são apresentados os objetivos de aprendizagem, apontados pelo BNCC, em relação ao eixo “Álgebra e Funções”.

Quadro 3 - Álgebra e Funções no Ensino Fundamental

Objetivos de aprendizagem do componente curricular Matemática no Ensino Fundamental	
1º ano	• Organizar e ordenar objetivos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos (exemplo: cor, forma e tamanho). • Acrescentar elementos ausentes em sequência de números naturais, objetos ou figuras de acordo com regra pré-determinada.
2º ano	• Construir sequência de números naturais em ordem crescente ou decrescente, começando por um número qualquer (exemplo: escreva até 15 de 2 em 2, começando do número 5). • Identificar e descrever a regra de formação de uma sequência ordenada de números naturais para completar o número que falta (exemplo: escreva o número ausente na sequência: 7, 10, 13,____, 19, 22, 25).
3º ano	• Organizar sequência ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adição ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, e descrever a regra de formação da sequência. • Escrever diferentes sentenças de adições ou subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.
4º ano	• Criar e descrever sequências ordenadas de números naturais menores que 50, para os quais as divisões por determinado número (2, 3, 4 ou 5) resultem em restos iguais (exemplo: sequência do número menores que 30 cujo resto da divisão por 5 é 3). • Completar sequência com elementos ausentes, descrevendo os critérios adotados. • Descrever o que ocorre com o resultado da adição ou da subtração de dois números, ao se adicionar um número qualquer a um de seus termos. • Revolver e elaborar problemas simples que envolvam igualdades matemáticas com uma operação (adição, subtração, divisão, multiplicação) em que um dos termos é desconhecido (exemplo: $30 \div ? = 6$).

5º ano	• Descrever o que ocorre com uma igualdade, ao se adicionar ou multiplicar seus membros por um mesmo numero (exemplo: se $127+38=165$ então $127+38+2=165+2$ ou se $42+19=30+31$ então $(42+19) < 2 = (30+31) < 2$). • Resolver problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos e desconhecido (exemplo: $17+?=42$; $17 \times ?=85$). • Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas (exemplo: quantidade de um produto e valor a pagar). • Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais (exemplo: João e Maria têm juntos 36 figurinhas. Se João tem o dobro de figurinhas de Maria, quantas figurinhas tem cada um?).
6º ano	• Descrever o que ocorrer com uma igualdade, ao se adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir seus membros por um mesmo número. • Resolver e elaborar problemas, envolvendo equações do 1º grau do tipo $ax+b=c$, no conjunto dos números naturais, por meio de tentativas ou pelo principio da igualdade. • Resolver problemas que envolvem variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, incluindo escolas em plantas e mapas. • Resolver problemas, envolvendo a partilha de uma quantidade em partes iguais (exemplo: João, Silvania, e Ana têm o triplo juntas 36 figurinhas. Se João tem o dobro de figurinhas de Silvia e Ana tem o triplo de figurinhas de Silvia, quantas figurinhas cada um?).
7º ano	• Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta ou inversa entre grandezas. • Resolver equação do tipo $A(x)$ e $B(x)$ expressões polinomiais redutíveis a expressões do tipo $ax+b$. • Resolver e elaborar problemas que possam ser convertidos para a linguagem algébrica na forma de equação do 1º grau.

8º ano	• Resolver e elaborar problemas cujas conversões para a linguagem algébrica resultem em sistemas de equações lineares do 1º grau com duas variáveis. • Desenvolver produto de binômios do tipo $(x \pm y)^2$ e $(x+y) \cdot (x-y)$, descrevendo um processo prático para obtenção do resultado. • Resolver e elaborar problemas que envolvam equações do 2º grau do tipo $ax^2=c$ e $(x \pm b)^2=c$. • Resolver problemas cuja conversão seja uma inequação do 1º grau do tipo $ax+b \leq c$ ou $ax+b \geq c$, representando o conjunto solução na reta numérica.
9º ano	• Associar uma equação linear do 1º grau com variáveis de uma reta no plano cartesiano e relacionar a solução de sistemas de equação do 1º grau com duas variáveis à sua representação geométrica. • Resolver problemas que envolvam sistemas de duas equações lineares do 1º grau com duas variáveis. • Resolver problemas que envolvam relações entre grandezas, inclusive de proporcionalidade direta e inversa. • Compreender função como um tipo de relação de dependência entre duas variáveis, que pode ser representada graficamente. • Desenvolver produto de binômios do tipo $(x \pm y)^2$, $(x+y) \cdot (x+y)$ e $(x+a) \cdot (x+b)$, descrever um processo para obtenção do resultado. • Fatorar expressões do 2º grau, recorrendo aos produtos de binômios. • Resolver e elaborar problemas, envolvendo equação do 2º grau que possam ser reduzidos por fatoração a: $ax^2=c$; $(ax+b)^2=0$ e $(x+a) \cdot (9x+b)=0$.

Fonte: BRASIL, 1998.

5 A ÁLGEBRA NOS LIVROS DIDÁTICOS

5.1 O Plano Nacional do Livro Didático – PNLD

O Programa Nacional do Livro Didático - PNLD tem a função de selecionar, avaliar, e aprovar os livros didáticos que estejam mais adequados ao trabalho dos conteúdos a serem explorados a cada ano de escolaridade. Envolve professores e profissionais de diversas instituições educacionais de várias regiões do país, que compartilham da convicção de que o livro didático tem sido um apoio indispensável para o trabalho do professor e uma fonte permanente para a aprendizagem do aluno. As obras aprovadas têm suas resenhas disponibilizadas aos professores da Educação Básica, para auxiliá-los no trabalho com seus alunos e no projeto político-pedagógico de sua escola.

O documento ressalta que a escolha do livro é de grande responsabilidade e deve ser compartilhada com docentes e dirigentes da escola, pois será utilizado durante três anos. A seguir, alguns dos critérios de eliminação de uma coleção do conteúdo curricular Matemática.

- ✓ Apresentar erro ou indução a erro em conceitos, argumentação e procedimentos matemáticos, no Livro do Aluno, no Manual do Professor e, quando houver, no glossário;
- ✓ Deixar de incluir um dos campos da Matemática escolar, a saber, Números e Operações, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Estatística e Probabilidade;
- ✓ Dar atenção apenas ao trabalho mecânico com procedimentos, em detrimento da exploração dos conceitos matemáticos e de sua utilidade para resolver problemas.

Sobre a abordagem da Álgebra no Ensino Fundamental, o PNLD reforça a ideia de que a construção do pensamento algébrico ou o pensar algebricamente não se dá somente através da manipulação de uma expressão e resolução de uma equação. Envolve a capacidade de interpretar situações, resolver problemas e a generalização de relações matemáticas.

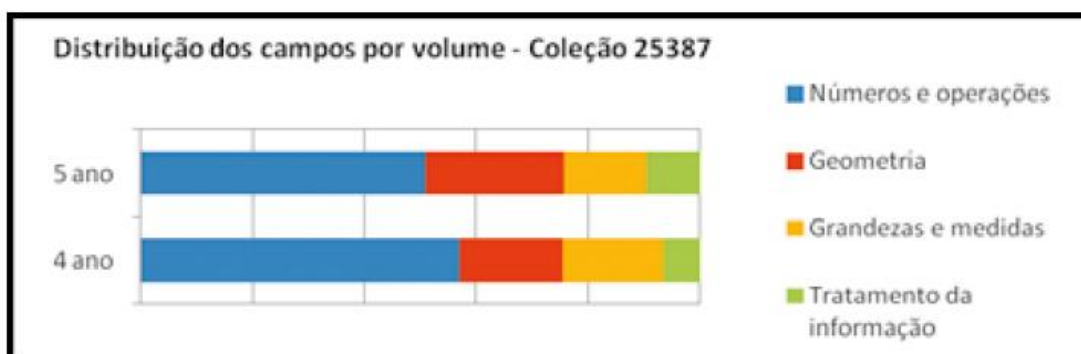
A percepção de regularidades, que pode levar à criação de modelos matemáticos para diversas situações, e a capacidade de traduzir simbolicamente problemas encontrados no dia a dia, ou provenientes de outras áreas do conhecimento, devem ser gradativamente desenvolvidas para se chegar ao domínio da linguagem e das técnicas da álgebra. O uso da linguagem algébrica, para expressar generalizações que se constituam em propriedades de outros campos da Matemática, é outra função da álgebra que deve ser, pouco a pouco, abordada. (BRASIL, 2014, p.16).

5.2- Álgebras nos livros didáticos dos anos iniciais

A fim de confirmar a fala de alguns autores, como Lins e Gimenez e Ponte, sobre o fato que o desenvolvimento do “pensamento algébrico” é algo que deve ocorrer desde os anos iniciais, procurou-se, em livros didáticos de Matemática nesta etapa de escolaridade, evidências a esse respeito.

Verificou-se que a Álgebra não está indicada explicitamente como um eixo temático de matemática dos anos iniciais. Na realidade, os eixos indicados para esta etapa de ensino são: Números e Operações, Grandezas e Medidas, Tratamento da Informação e Geometria. Na figura 9, a distribuição destes conteúdos, segundo o PNLD, nos livros do 4º e 5º ano, da coleção “PORTA ABERTA”, escolhidos para esta pesquisa.

Figura 9 - Distribuição dos conteúdos de matemática na coleção “Porta Aberta”



Fonte: BRASIL, 2012, p. 221

As figuras 10 e 11 apresentam exemplos de abordagem do que os PCNs denominam pré-álgebra, propostos nos livros do 4º e 5º ano, respectivamente. Trata-se de exercícios envolvendo o eixo temático Números e Operações, com relação às propriedades das operações aritméticas e Grandezas e Medidas, ao explorar a ideia da balança em equilíbrio (igualdade) ou desequilíbrio (desigualdade). É importante destacar que na BNCC orienta-se sobre o trabalho, no 4º, com a conclusão de sequências, o que foi verificado no livro deste ano de escolaridade mencionado nesta pesquisa.

Figura 10: Atividades de pré-álgebra, no 4º ano

8 Calcule mentalmente quanto falta, em cada item, para chegar a 10.000. Depois, registre no caderno.

a. $6.000 + \star = 10.000$
4.000

b. $8.000 + \star = 10.000$
2.000

c. $2.000 + \star = 10.000$
8.000

d. $5.000 + \star = 10.000$
5.000

e. $3.000 + \star = 10.000$
7.000

f. $9.000 + \star = 10.000$
1.000

g. $4.000 + \star = 10.000$
6.000

9 Descubra o padrão e escreva cada uma das seqüências no caderno.

a. $\star, 200, \star, \star, 500, \star, 700, \dots$

b. $850, 800, \star, 700, 650, \star, 550, \dots$

c. $122, 132, \star, \star, \star, 172, 182, \dots$

d. $310, 320, \star, 340, \star, \star, 370, \dots$

e. $100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, \dots$

f. $850, 920, 750, 700, 650, 600, 550, \dots$

g. $122, 132, 142, 152, 162, 172, 182, \dots$

h. $310, 320, 330, 340, 350, 360, 370, \dots$

10 Observe o padrão, em cada caso, e descubra o número que está faltando.

a.

b.

11 A balança está em equilíbrio, e todas as latas têm mesma massa.

Quantos gramas:

a. as três latas juntas têm?

b. cada lata tem?

Fonte: Centurion, 2011

Figura 11 - Atividades de pré-álgebra, no 5º ano

6 Você e um colega vão jogar Trocando a ordem das parcelas. Repetireis o tabuleiro abaixo. Uma atividade é em dupla de alunos. Crie-se na cartolina de tabuleiro com as seguintes regras:

a. $\star = 10 + 7$

b. $\star = 51 + 22$

c. $3 + 4 = \star$

d. $15 + 27 = \star$

e. $\star = 901 + 162$

f. $\star = 9001 + 802$

g. $105 + 294 = \star$

h. $1005 + 203 = \star$

i. $\star = 527 + 289$

j. $\star = 209 + 9001$

k. $425 + 537 = \star$

l. $407 + 1035 = \star$

7 Você quer saber qual era a massa, em gramas, de seu patinho. Consegue fazer duas pesagens, mas mesmo assim ficou em dúvida.

100 g 50 g 10 g

100 g 50 g 10 g 10 g

Observando as pesagens, complete no caderno:

Esse patinho tem entre $\star$ e $\star$ gramas, 100 g a 10 g.

8 Calcule mentalmente o valor das expressões, seguindo as indicações das setas. Depois, registre o cálculo no caderno.

a. $10 + 25 + 75$

b. $10 + 25 + 75$

c. $2 \times 10 \times 8$

d. $2 \times 10 \times 8$

9 Complete no caderno as adições com as parcelas que faltam.

a.

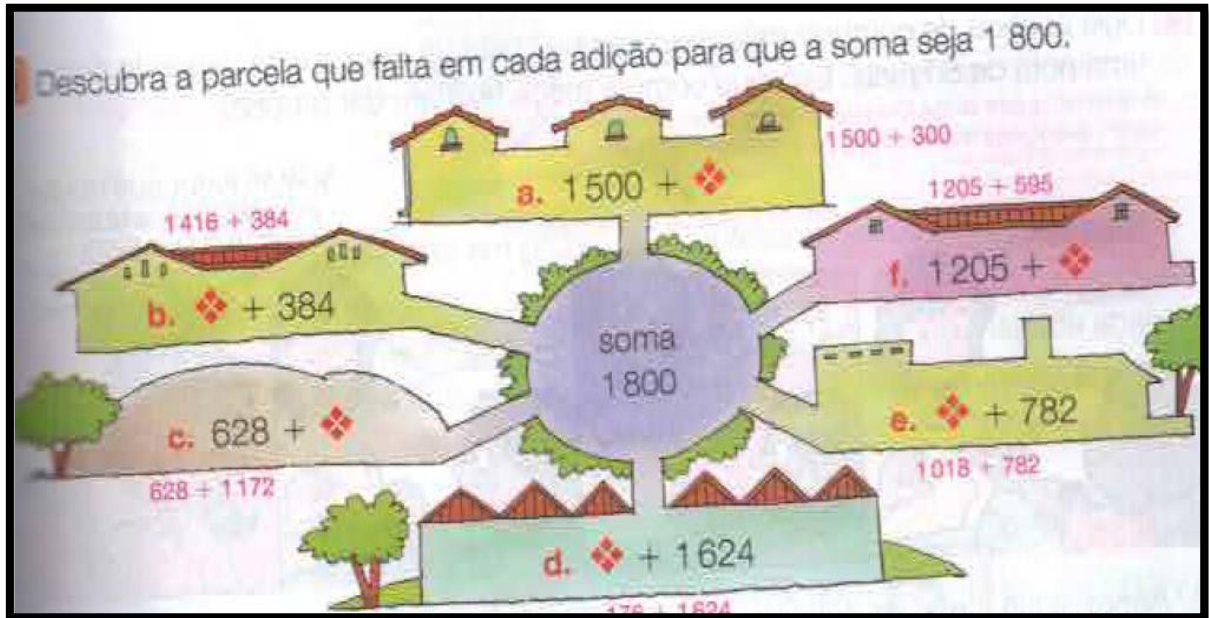
b.

Fonte: Centurion, 2011

Apesar da Álgebra não ser um dos eixos indicados para os anos iniciais, segundo Lins e Gimenez (1997), as crianças aprendem ainda muito pequenas as noções de números e

operações sem usar regras formais, fazendo as operações da forma mais simples possível, usando na maioria das vezes, o cálculo mental. Isso remete a indícios da Álgebra, como evidenciam a atividade ilustrada na figura 12.

Figura 12 - Atividade do 5º ano envolvendo cálculo mental



Fonte: Centurion, 2011

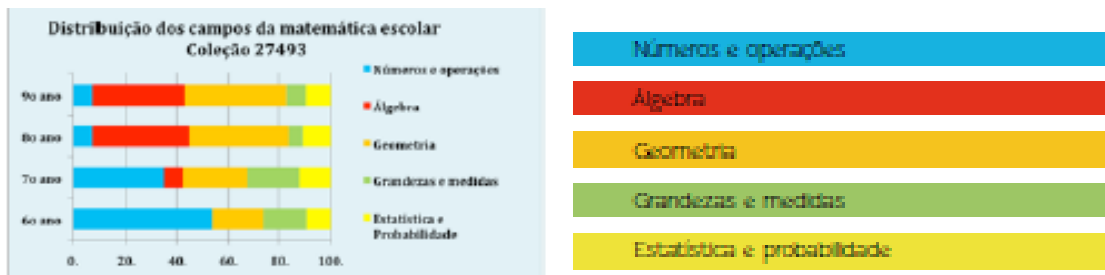
5.2- A Álgebra na coleção “Vontade de Saber Matemática”

No PNLD, a resenha da coleção “VONTADE DE SABER MATEMÁTICA”, escolhida pela escola estadual Senador Francisco Nunes Coelho e abordada nesta pesquisa, traz que a Álgebra é introduzida de forma contextualizada, seguida de sistematização formal em atividades, fazendo com que ocorra a generalização e atribuição de significados para os alunos.

Os conteúdos desse campo são, em geral, introduzidos por meio de um texto, com elementos sobre o tema a ser trabalhado, seguido da sistematização. São feitas retomadas de conteúdos em capítulos ou em volumes posteriores, geralmente com maior complexidade. Incluem-se, ao longo da obra, diversas atividades que visam às articulações da álgebra com outros conteúdos e com outros campos da Matemática. Há também várias atividades que apresentam situações contextualizadas para serem modeladas algebricamente, as quais favorecem a generalização e a atribuição de significados pelos alunos. (BRASIL, 2013, p.92).

A distribuição dos conteúdos segundo os eixos temáticos na coleção citada está ilustrada na figura 13.

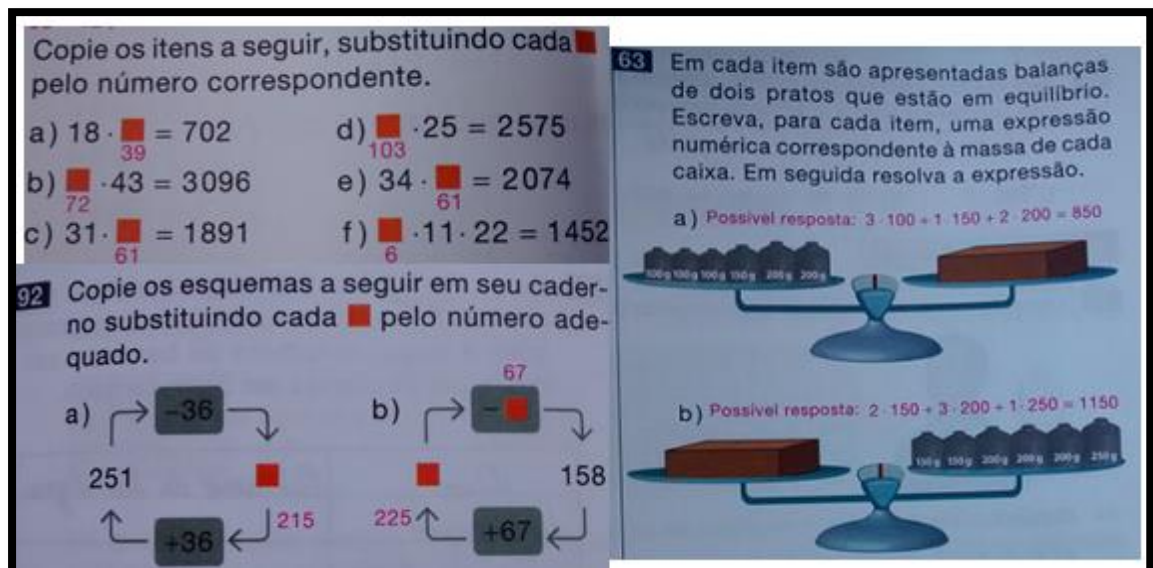
Figura 13- Distribuição dos conteúdos na coleção “VONTADE DE SABER MATEMÁTICA”



Fonte: BRASIL, 2013, p.91.

Apesar da Álgebra não ser citada como um tema a ser trabalhado no 6º ano, no livro desta etapa já se observa alguns conceitos de pré-álgebra, resgatando aqueles trabalhados no 4º e 5º anos. Isto está ilustrado na figura 14.

Figura 14 – Atividades de pré-álgebra no 6º ano da coleção “Vontade de Saber”



Fonte: Souza e Pataro, 2012

Oficialmente, a coleção inicia o tratamento da Álgebra no livro do 7º ano, com a apresentação de expressões algébricas, fórmulas e equações, explorando questões sobre

sequências, função, fórmulas contextualizadas e resolução de equações a partir do princípio da balança em equilíbrio (princípios aditivo e multiplicativo). Veja figura 15.

Figura 14 – Atividades de iniciação álgebra no 7º ano da coleção “Vontade de Saber”

43 Certo jardineiro cobra R\$ 55,00 fixos mais R\$ 6,00 por hora de trabalho.

a) Escreva uma expressão algébrica que represente o valor cobrado por esse jardineiro em x horas de trabalho. $55 + 6x$

b) Quantos reais esse jardineiro vai cobrar por um trabalho de 8h? $R\$ 103,00$

46 Escreva uma expressão algébrica que represente o número de figuras do quadro n para cada uma das sequências.

a)

b)

47 O número do sapato que uma pessoa usa depende do tamanho do pé, e pode ser determinado utilizando a fórmula $N = \frac{5 \cdot c + 28}{4}$, em que N corresponde ao número do sapato e c , ao comprimento do pé, em centímetros.

Qual o número do sapato de uma pessoa cujo pé mede:

a) 20 cm? 32 b) 24 cm? 37

48 Para cada balança, escreva uma equação e calcule a massa de cada esfera.

a) $2x + 3 = x + 12$; 9 kg

Fonte: Souza e Pataro, 2012

No 8º ano da coleção “VONTADE DE SABER MATEMÁTICA”, aprofunda-se e consolidam-se conceitos algébricos apresentados no ano anterior. O trabalho com a contextualização da álgebra continua, e a geometria é discutida também no contexto da álgebra. Veja figuras 16 e 17.

Figura 15 – Atividades de álgebra no 8º ano da coleção “Vontade de Saber”

105 O valor de venda de certo perfume é obtido pela soma do custo c da embalagem e o triplo do custo p de produção.



a) Escreva uma expressão algébrica que represente o valor de venda desse perfume. $v = c + 3p$

b) Qual será o preço de venda desse perfume se o custo da embalagem for R\$ 3,02 e o custo de produção for R\$ 8,96? **R\$ 29,90**

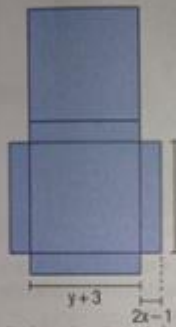
116 O salário de um funcionário de certa empresa é calculado da seguinte forma: R\$ 980,00 fixo mais R\$ 12,00 para cada hora extra.

a) Representando a hora extra pela variável x , escreva um polinômio que represente o salário desse funcionário. $980 + 12x$

b) Qual será o salário do funcionário se ele fizer 23 horas extras no mês? **R\$ 1266,00**

124 A seguir estão apresentadas as planificações de duas caixas em forma de paralelepípedo. Determine o polinômio que representa a área de cada planificação.

a)



$6 + 24x + 8y + 8xy + 2y^2$

b)



$20 - 4x + 40y + 4xy - 2x^2 + 12y^2$

Agora, escreva um polinômio que indique o volume de cada caixa.

$6 \cdot 24x + 8y + 8xy + 2y^2 = 144x + 8y + 8xy + 2y^2$

$20 - 4x + 40y + 4xy - 2x^2 + 12y^2 = 20 - 4x + 40y + 4xy - 2x^2 + 12y^2$

Fonte: Souza e Pataro, 2012

Figura 16 – Álgebra no contexto geométrico no 8º ano da coleção “Vontade de Saber”

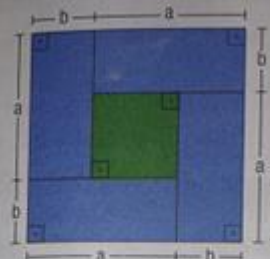
131 Em um terreno quadrado de 22 m de lado foi construído um celeiro também quadrado de 8 m de lado.



a) Escreva uma diferença de quadrados que permita calcular a área do terreno que não está ocupada pelo celeiro. $22^2 - 8^2$

b) Qual é a área do terreno que não está ocupada pelo celeiro? **420 m²**

129 Responda às questões de acordo com a figura.



a) Que polinômio representa a área da parte em verde? $a^2 - 2ab + b^2$

b) Qual a forma fatorada do polinômio que representa a área total da figura? $(a + b) \cdot (a + b)$ ou $(a + b)^2$

c) A partir das respostas dos itens a e b, escreva uma expressão que represente a área da parte em azul. Em seguida, simplifique-a. $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$

Fonte: Souza e Pataro, 2012

6 PERCURSO METODOLÓGICO

6.1 Procedimentos metodológicos

Inicialmente, procurou-se saber o significado de método. Segundo Zanella (2006, p.19), “método é um procedimento, ou melhor, um conjunto de processos necessários para alcançar os fins de uma investigação. É o procedimento geral. É o caminho percorrido em uma investigação.” Portanto, subentende-se que método é um meio de se chegar ao objetivo.

Esta pesquisa bibliográfica, de cunho qualitativo, foi realizada através da leitura de trabalhos sobre os temas “Álgebra”, “Pensamento Algébrico” e “Resolução de Problemas”, e averiguações das orientações curriculares como o Parâmetro Curricular Nacional (PCN), o Conteúdo Básico Comum (CBC), o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que serviram à fundamentação teórica do trabalho.

Além do levantamento teórico sobre os autores que discutem o tema e das orientações curriculares sobre o ensino de Matemática, foram consultados o livro didático de Matemática do 8º ano da Escola Estadual Senador Francisco Nunes Coelho o livro da coleção “VONTADE DE SABER”, o livro da coleção “PORTA ABERTA” do 4º e 5º ano de Matemática adotada na rede municipal de Guanhães, município de residência das pesquisadoras. A consulta aos livros deu-se com a finalidade de observar como está sendo abordado o tema álgebra e verificar a adequação das obras às orientações curriculares e aos estudos apresentados acerca do tema.

6.2 As pesquisadoras

O interesse em pesquisar sobre álgebra e o pensamento algébrico surgiu a partir da necessidade que os alunos do 8º ano do ensino fundamental da Escola Estadual Senador Francisco Nunes Coelho, têm em compreender a álgebra nas suas diversas concepções. Ouvimos dos alunos várias vezes que as letras juntamente com os números complicam todo o processo de resolução. Visto isso começamos a pesquisar como se dá o processo de aquisição do pensamento algébrico, a partir de diversas concepções de álgebra. Compõem o grupo de pesquisadoras:

Griselda Leite de Oliveira Matos, Licenciada em Matemática pelo IFMG-SJE (Instituto Federal de Minas Gerais), bolsista do PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação

Docente) desde agosto de 2012, pela agência de fomento CAPES (Centro de Aperfeiçoamento de Ensino Superior).

Ingrit Cristina Almeida dos Santos, Licenciada em Matemática pelo IFMG-SJE (Instituto Federal de Minas Gerais), bolsista do PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Docente) desde fevereiro de 2014, pela agência de fomento CAPES (Centro de Aperfeiçoamento de Ensino Superior) e professora de Matemática atuante desde 2013.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, elegemos o livro didático da coleção do ensino fundamental “Vontade de Saber”, de Joamir Souza e Patrícia Moreno Pataro de Matemática. Ao longo desta pesquisa, ao descobrir que a Álgebra também ocorre nos anos iniciais, escolhemos para esta pesquisa também os livros do 4º e 5º anos da coleção “PORTA ABERTA” de Marília Centurión, Júnia La Scala, Arnaldo Rodrigues, que nos subsidiou no processo de investigação sobre o ensino da álgebra no ensino fundamental.

Verificamos, no livro didático, como ocorre a abordagem do tema e em que tipo de metodologia está inserido o livro sugerido. Segundo Gitirana e Carvalho (2010, p.31-32), entre várias metodologias adotadas pelos livros didáticos as que mais se destacam são “ensino tradicional” e a metodologia da “Resolução de Problemas”. A metodologia de “ensino tradicional” caracteriza-se pela transmissão de conceitos e em seguida de atividades, e a concepção de aprendizagem está relacionado a repetições. Já na metodologia “Resolução de Problemas” é fundamental a participação dos alunos, o que favorece a construção do seu conhecimento.

Com esta pesquisa bibliográfica entendemos que a Resolução de Problemas pode contribuir para a aprendizagem e o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos e na compreensão da incógnita na equação. A álgebra, quando desenvolvida pelo modo tradicional, põe em questão técnicas de cálculo; deixa-se de lado o desenvolvimento do sentido numérico. Dessa forma, a álgebra perde sua importância como ferramenta útil para a resolução de problemas.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de Matemática e autores consultados nesse trabalho como Ponte; Lins e Gimenez, e outros, ensinar a aritmética e a álgebra juntas contribuem para a aprendizagem dos alunos. As crianças já chegam à escola com um conjunto de experiências aritméticas, cabe ao professor buscar emergir entre a formação do pensamento aritmético com o pensamento algébrico, trabalhando um juntamente com o desenvolvimento do outro.

Ainda, nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs de Matemática) destaca-se que

“(...) a ênfase que os professores dão a esse ensino não garante o sucesso dos alunos, a julgar tanto pelas pesquisas em Educação Matemática como pelo desempenho dos alunos nas avaliações que têm ocorrido em muitas escolas. Nos resultados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), por exemplo, os itens referentes à álgebra raramente atingem um índice de 40 % de acerto em muitas regiões do país.” (Brasil, 1998, p.115-116).

Segundo Lins e Gimenez (1997): “Fica difícil saber de que forma organizar um currículo para a educação algébrica, e até mesmo se os tópicos tradicionais são tão relevantes quanto sua inclusão tradicional em currículo parece indicar”. Destacam ainda:

A educação aritmética tem sido, até aqui, insuficiente em termos de seu alcance, ao passo que a educação algébrica tem sido insuficiente em termos de objetivos. Enquanto a educação aritmética precisa ampliar o conjunto de habilidades e atividades que considera – com vistas sempre no desenvolvimento do sentido numérico como nós o descrevemos –, a educação algébrica precisa passar a considerar também o fato de que qualquer aspecto técnico só pode se desenvolver se, ao modo de produção de significado que o sustenta – e, portanto, à lógica das operações subjacente –, o aluno confere legitimidade. Em ambos os casos, o da aritmética e o da álgebra, a mudança de perspectiva mais importante refere-se a passarmos a pensar em termos de significados sendo produzidos no interior de atividades, e não, como até aqui, pensarmos em termos de técnicas ou conteúdos” (Lins e Gimenez, 1997, p. 160).

A construção do pensamento algébrico deve se iniciar desde o primeiro ano de escolaridade, para que dessa forma, gradativamente os alunos tenham domínio no conteúdo de álgebra. Com isso, entendemos que diminuiriam as dificuldades encontradas pelos alunos, na grande complexidade cognitiva que representa a iniciação à Álgebra. A compreensão dos conceitos algébricos é um processo lento e requer um trabalho de vários anos para professores e alunos.

Lins e Gimenez (1997, p.109) concluem que a educação algébrica e a atividade algébrica se concretizam “(...) na medida em que a produção de conhecimento algébrico serve ao propósito de iluminar ou organizar uma situação, como uma ferramenta e não como objeto primário de estudo”.

Com relação aos livros didáticos consultados, confirmou-se o empenho dos autores em adequar seu trabalho às propostas dos documentos oficiais de orientação curricular. No entanto, a Resolução de Problemas, enquanto metodologia de ensino não foi verificada nas coleções.

REFERÊNCIAS

- BALDIM, M. A. **Resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem de equações do 1º grau**. Londrina, 2008. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1960-6.pdf> Acesso em: 19 novembro 2015.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2015.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC - SEF. 1998
- BRASIL. **Guia de livros didáticos: PNLD 2014: Matemática**. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2013.
- CENTURIÓN, M. R. **Porta aberta: matemática**, 4º ano. São Paulo: FTD, 2011.
- CENTURIÓN, M. R. **Porta aberta: matemática**, 5º ano. São Paulo: FTD, 2011.
- COXFORD A. F.; SHULTE A. P.(Org). **As ideias da álgebra (A álgebra na escola básica e os papéis das variáveis)**. Texto adaptado de USISKIN, Z. São Paulo: Atual, 1995. Disponível em: Acesso em: 19 novembro 2015.
- DUVAL R. (2008). **Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática** In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). *Aprendizagem em Matemática*, (v.4, pp. 11-33). Campinas: Papirus. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?isbn=8530807316> Acesso em: 17 de junho de 2015.
- EVES, H. **Introdução a Historia da Matemática**. 5ed. Unicamp 2011, tradução Hygino H.
- FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. **Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar**. Disponível em: http://www.proposicoes.fe.unicamp.br/proposicoes/textos/10-artigos-fiorentinid_etal.pdf Acesso em: 06 de novembro 2015.
- FIORENTINI, D. **Um Estudo das Potencialidades Pedagógicas das Investigações Matemáticas no Desenvolvimento do Pensamento Algébrico**. Disponível em: <ftp://ftp.cefetes.br/cursos/Matematica/Alex/06Um%20estudo%20das%20potencialidades%20pedagogicas.pdf> Acesso em: 30 de maio 2015.
- GARBI, G. G. **O Romance das Equações Algébricas**. 4º ed. ver. eampl. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010.
- GITIRANA, V; CARVALHO JB. P. **Coleção Explorando o Ensino Matemática**. (Coordenação) CARVALHO, JB. P. Brasília: Ministério da Educação Básica. 2010.
- LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. São Paulo Editora Papirus, 1997.
- MINAS GERAIS. Secretaria de Estado da Educação. **Currículo Básico Comum**. 2000.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático.** 2º ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PONTE, J. P. BRANCO, N. MATOS. A. **Álgebra no ensino básico** 2009.

PONTE, J. P. BRANCO, N. MATOS. A. **Desenvolver o pensamento algébrico através de uma abordagem exploratória.** 2008.

PONTE, J. P. BROCARD, J. OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula,** 2.ed. – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

PONTE, João Pedro; VELEZ, Isabel. **Representações em tarefas algébricas no 2º ano de escolaridade.** 2010. Disponível em: <http://www.ie.ul.pt/pls/portal/docs/1/304673.PDF>. Acesso em 02 de dezembro 2015

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. **Álgebra para a formação de professor Explorando os conceitos de equação e de função.** 1 ed. Belo Horizonte: Autentica Editora, 2015 (Coleção Tendências em Educação Matemática).

SMOLE, K. S.; DINIZ, Maria Ignez, **Ler, Escrever e Resolver Problemas Habilidades Básicas para aprender Matemática.** Porto Alegre. Artmed, 2007.

SMOLE, K. S. **A resolução de problemas e o pensamento matemático.** Disponível em: http://www.edicoessm.com.br/sm_resources_center/somos_mestres/formacao-reflexao/a-resolucao-de-problemas-pensamento-matematico.pdf Acesso em: 13 de novembro 2015.

SORTISSO, A. F. **Considerações iniciais de uma professora em formação sobre o ensino da álgebra.** Revista da Graduação Vol. 4 No. 2 2011 Seção 24: FACULDADE DE MATEMÁTICA, 2011.

SOUZA, J.R.; PATARO, P. R. M. **Vontade de saber matemática,** 6º ano. São Paulo: FTD, 2012.

SOUZA, J.R.; PATARO, P. R. M. **Vontade de saber matemática,** 7º ano. São Paulo: FTD, 2012a.

SOUZA, J.R.; PATARO, P. R. M. **Vontade de saber matemática,** 8º ano. São Paulo: FTD, 2012b.

ZANELLA, L.C.H. **Metodologia da pesquisa.** Florianópolis: SEAD/UFSC, 2006.