INSTITUTO FEDERAL DE MINAS GERAIS

***CAMPUS* SÃO JOÃO EVANGELISTA**

DIEGO DE MATOS GONDIM

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

SÃO JOÃO EVANGELISTA

2014

DIEGO DE MATOS GONDIM

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Instituto Federal de Minas Gerais – *campus* São João Evangelista como exigência parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Sandro Salles Gonçalves

Coorientador: Prof. Me. Antônio Marcos Murta

SÃO JOÃO EVANGELISTA

2014

DIEGO DE MATOS GONDIM

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Instituto Federal de Minas Gerais - Câmpus São João Evangelista como exigência parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Aprovado em 13/11/14

BANCA EXAMINADORA

Orientador: Prof. Me. Sandro Salles Gonçalves
IFMG – Campus SJE

Co orientador: Prof. Me. Antônio Marcos Murta
IFMG – Campus SJE

Danielli Ferreira Silva

Prof. Ma. Danielli Ferreira Silva
IFMG – Campus SJE

Prof. Esp. José Silvino Dias
IFMG – Campus SJE

DEDICATÓRIA

Dedico esta conquista a um velho e falecido Caboclo, lavrador, que viveu seus 96 anos na adrenalina de uma foice e de uma enxada amolada, que não conheceu Sócrates, Platão e Arquimedes e mesmo assim ensinou à sua descendência a essência de viver no estável planeta Terra e que com a luz de sua lamparina iluminava os trilhos escuros de uma trilha sem perigos.

Dedico a uma velha senhora que aos pés de sua cama me ensinava a rezar, "Pai nosso pequenino, Deus me leva em bom caminho, Jesus Cristo ajoelhou, abriu os braços e me apanhou. Tentação não me atenta nem de dia nem de noite, nem no pim do meio dia e nem na hora de minha morte. Amém!", que com o pedal de sua máquina de costura acertava os panos que cobriam minha nudez e que no caminho de uma estrada longa me carregava em seus braços para uma bela casa de pisos de terra e com fogões recheados de doces maravilhosos.

Dedico a um bom moço, feliz, que nos ombros me carregava todos os dias para a pequena escolinha e que, todos os meses, me enchia de alegria quando me dava uma pratinha de 50 centavos. Também me ensinou que, em um esconderijo de velhos chinelos, recipientes de shampoos, cremes etc., é possível construir brinquedos magníficos.

Dedico a uma linda mulher virtuosa, que em tardes noites me fazia sorrir de braços abertos com poucos minutos de cócegas e que me mostrou que na falta de carne qualquer bolinho de chuva pode fazer nossa felicidade. Também me ensinou, com poucos aninhos, a ler minhas primeiras palavras e a somar meus primeiros números e que a perseverança, a motivação, o empenho e a dedicação são fontes de inspiração para o crescimento de um homem. Além disso, ensinou-me que pai nem sempre é figura masculina e que sempre estaria ali para o que "desse" e o que "viesse".

Dedico a uma orelha que, em horas de conversa, escutava os meus sonhos e meu jeito estranho de contar histórias, e no momento certo me ensinou a importância de acreditar neles e por eles perseverar.

Dedico a um pequeno garoto, ranzinza como um velho e inocente como uma criança, que me mostrou por que e para que temos irmãos.

Dedico a uma donzela, de cabelos cheios e longos, pele macia, olhos brilhantes e coração apaixonado, que acreditou que eu poderia fazê-la feliz e que me ensinou por que Nietzsche chorou e Shakespeare escreveu a morte de Romeu, e, sobretudo, que a distância não definha um sentimento verdadeiro.

Dedico a um velho amigo que me ensinou que se pode fazer uma boa amizade com um simples ato de proteção, que através de uma pequena travessa quebrada se pode fazer um irmão, e que o preconceito pode ser quebrado com o silêncio.

Dedico a um urucaniense, apaixonado por Copacabana e, sobretudo, pela sua “querida BHZ”, que, com dote de filósofo, me iniciou na pesquisa e, com o passar dos anos, se tornou um bom amigo com quem conversei, aprendi, fumei e bebi

Dedico a uma ‘má’ companhia de ótimos conselhos, com quem tive muitos momentos de reflexão, discussão e diversão. Por poder compartilhar momentos de afeto e, sobretudo por poder chama-lo de ‘irmão’.

Dedico a um jovem sonhador, marinheiro da literatura clássica, aspirante a filósofo e, sobretudo, grande amigo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, por em todos estes anos mostrar-me sua excelência, benignidade e, sobretudo, pelas conquistas alcançadas até aqui.

Agradeço à minha família, pelo apoio e pelo incentivo. Em especial, aos meus pais (Vanusa e Geraldo), à minha vó (Iracema) e ao meu irmão (Victor).

Sou grato também à minha namorada, Thaís, que passou diversos fins de semanas, feriados e até mesmo férias sem minha companhia por conta dos estudos, cursos de verão, disciplinas isoladas etc.

Agradeço ao Prof. Amilton Ferreira da Silva Júnior, pelas valiosas contribuições ao longo desta pesquisa.

Agradeço ao Prof. Sandro Salles Gonçalves, orientador desta pesquisa, pela competência, atenção e contribuições realizadas durante as orientações. Ficam com ele o meu débito e apreço, por ter aceitado orientar este trabalho em tempos tão conturbados.

Pelo comprometimento, pelos dias de briga e, sobretudo, pelo carinho dedicado a este trabalho, minha gratidão ao Prof. Antônio Marcos Murta, co-orientador desta pesquisa. Com certeza, lembrar-me-ei das instruções, dos momentos de orientações (brigas) e, principalmente, da amizade cultivada durante **estes** anos.

Agradeço à banca de pesquisadores, Prof. José Silvino Dias, Prof. Silvino Domingos Neto, que compôs a banca no pré-projeto, e Profa. Danielli Ferreira Silva, que, na medida em que leram, apresentaram valiosas sugestões para o sucesso deste trabalho.

Aos professores do curso de Licenciatura em Matemática do IFMG – *Campus* São João Evangelista, pelos ensinamentos de seus conhecimentos. Em especial, ao Prof. Silvino, Prof. Bruno Camargos e Profa. Jossara.

Aos colegas da Licenciatura em Matemática, em especial à Débora, ao Jeffersson e à Leila pelas valiosas trocas de ideias e pelo convívio fraternal.

A uma grande amiga, Miliam Ferreira, que por horas na madrugada leu e re-leu partes do meu texto apresentando valiosas contribuições e, sobretudo pelos momentos de discussão.

Ao Instituto Federal de Minas Gerais – *campus* São João Evangelista fica o meu agradecimento, pela oportunidade, pela formação e pela credibilidade.

Sentimos que, mesmo depois de serem respondidas todas as questões científicas possíveis, os problemas da vida permanecem completamente intactos.

Ludwig Wittgenstein.

RESUMO

Devido às diversas dificuldades apresentadas no ensino de Cálculo Diferencial e Integral, muito se tem discutido no meio acadêmico sobre as possibilidades pedagógicas para minimizar as dificuldades apresentadas. Dentre essas possibilidades, a História da Matemática tem se mostrado um recurso motivador, unificador e, sobretudo, dialético. Este trabalho pretende relatar as possíveis causas do “fracasso no ensino de Cálculo” através do referencial teórico e de dados coletados com professores de Cálculo Diferencial e Integral no IFMG – *campus* São João Evangelista. Para comparar aos dados e justificativas apresentadas em outras pesquisas, foi realizado um levantamento dos índices de reprovações no Cálculo Diferencial e Integral, tendo como foco o curso de Bacharelado Sistemas de Informação, Bacharelado em Agronomia e Licenciatura em Matemática. Na análise dos dados, este trabalho utilizou a pesquisa qualitativa, recorrendo à entrevista como procedimento pedagógico. No entorno dos diálogos entre os autores, percebeu-se que a História da Matemática pode contribuir para o ensino de Cálculo Diferencial, impulsionando o estudante a alcançar um pensamento independente e crítico. Além disso, são apresentadas algumas sugestões de relacionar a História da Matemática aos conceitos de limite e derivada.

Palavras-chave: Cálculo Diferencial e Integral. História da Matemática. Motivação. Unificação. Dialética.

ABSTRACT

Because of the many difficulties encountered in the teaching of Differential and Integral Calculus, much has been discussed in academic circles about the pedagogical possibilities to minimize the difficulties presented. Among these possibilities, the History of Mathematics has been a motivating, unifying and especially dialectical feature. This paper intends to report the possible causes of “failure in teaching Calculus” through the theoretical framework and data collected from teachers of Differential and Integral Calculus in IFMG – campus St. John the Evangelist. To compare the data and justifications in other studies a survey indices of failures in Differential and Integral Calculus, focusing the course of Bachelors in Information Systems, BS in Agronomy and Degree in Mathematics were held. In the data analysis, this study used qualitative research, using interviews as a teaching procedure. Surrounding the dialogues between the authors realized that the history of mathematics can contribute to the teaching of Calculus boosting student to achieve an independent and critical thinking. Furthermore, some suggestions are presented to relate the history of mathematics to the concepts of limit and derivative.

Key words: Differential and Integral Calculus. History of Mathematics. Motivation. Unification. Dialectic.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE SIGLAS

CNPq –	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
IME-USP –	Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo
UFF –	Universidade Federal de Fluminense
UFRJ –	Universidade Federal do Rio de Janeiro
UNESP –	Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
UNIBAM –	Universidade Bandeirante de São Paulo
UNICAMP –	Universidade Estadual de Campinas
UNIFESP –	Universidade Federal de São Paulo
IFMG-SJE –	Instituto Federal de Minas Gerais – *campus* São João Evangelista
CEFET-MG –	Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Diversos pesquisadores em suas dissertações e teses têm se ocupado em discutir as possíveis dificuldades no ensino de Cálculo Diferencial e Integral, com o intuito de compreender como elas se dão e, sobretudo, em como minimizá-las. Dentre essas pesquisas, destacam-se Sad (1998), Barufi (1999), Rezende (2003) e Vieira (2013).

Nesses estudos, observa-se um alto índice de não aprovação, como caracteriza Rezende (2003), nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral. E esses índices são justificados por diversos fatores, quais sejam: a falta de base dos estudantes ao iniciar sua trajetória na graduação, a formação do professor, a falta de recursos financeiros para investimentos em materiais etc.

No entanto, Brolezzi (1996) e Ribeiro (2010) defendem que a utilização da História da Matemática como recurso didático pode contribuir no processo de ensinar Cálculo Diferencial e Integral, uma vez que direciona a um pensamento intuitivo, como acrescenta Rezende (2003) e, principalmente, motivador, dialético e unificador, como realça Miguel (1993).

O uso da História da Matemática associado ao ensino de conteúdos de Matemática tem permeado as discussões e as pesquisas acadêmicas internacionais e nacionais. Dentre elas, destacam-se: International Congress on Mathematical Education; European Summer University on the History and Epistemology in Matematics Education; e o Encontro Luso – Brasileiro de História da Matemática.

Esses eventos têm desempenhado no Brasil, há algumas décadas, o desenvolvimento das pesquisas em História da Matemática, que tem se caracterizado em um instrumento pedagógico viável no ensino e na aprendizagem da Matemática. Com o intuito de pesquisar o desenvolvimento dos estudos em História da Matemática e da educação matemática, Mendes (2012, p. 89) afirma que “houve um crescimento significativo na qualidade e na quantidade dos trabalhos elaborados” no Brasil, desde a última década do século XX até a atualidade. Essas pesquisas trazem a importância da História da Matemática no ensino e aprendizagem dessa disciplina.

No que diz respeito ao ensino, D’Ambrósio (1999, p. 19) menciona que “a compreensão da História da Matemática é essencial em qualquer discussão sobre a Matemática e o seu ensino”. Para o autor, “desvincular a Matemática das outras atividades humanas é um dos maiores erros que se pratica, particularmente na educação da Matemática” (D’AMBRÓSIO 1999, p. 29). Nessa perspectiva, conforme Baroni e Bianchi (2007, p. 26) , "a criação de um contexto para introduzir contextos matemáticos pode estimular os estudantes a pensar".

Na aprendizagem, D'Ambrosio (1997, p. 29) considera que "conhecer, historicamente, pontos altos da matemática de ontem poderá, na melhor das hipóteses, e de fato faz isso, orientar no aprendizado e no desenvolvimento da matemática de hoje". Miguel (1993), ao caracterizar o valor da História da Matemática na aprendizagem, menciona que a história é fonte de motivação, é instrumento de desmistificação para a constituição de um pensamento independente e crítico, de formalização de conceitos, de conscientização epistemológica, promotor de aprendizagem significativa e de resgate da identidade cultural.

No entanto, existem argumentos que questionam o uso didático da História da Matemática. Tzanakis e Arcavi (2000) e Miguel (1991), por exemplo, apresentam diversos argumentos que corroboram com os apresentados pelo educador Siu (2006), do departamento de Matemática da Universidade de Hong Kong, onde, em seu estudo, apresenta dezesseis "fatores desfavoráveis" à utilização da História da Matemática em sala de aula. Dentre eles, destacam-se: "Isso não é matemática!", "Os progressos realizados no domínio da matemática torna-se difícil problemas de rotina, por isso, por que se preocupar em olhar para trás?", "Os alunos não gostam disso!", "Há uma falta de recursos materiais nele!" , , (Ibid., 2006, p. 269).

Apesar dos empecilhos encontrados no uso da História da Matemática como recurso didático, diversos autores, como Miguel (1993), Fauvel e Maanen (2002) e Baroni e Bianchi (2007), acreditam que a sua utilização assume um caráter motivador, dialético e unificador para o ensino de Matemática.

Em virtude disso, esta pesquisa procura compreender quais os limites e as possibilidades que a História da Matemática possui como recurso didático para ensinar Cálculo Diferencial e Integral, levando em consideração a proposta de ensino dos cursos de Bacharelado em Sistemas de Informação, Bacharelado em Agronomia e Licenciatura em Matemática do IFMG – *Campus* São João Evangelista.

Procurando deixar explícitos os momentos proporcionados pela pesquisa, o texto foi organizado em sete capítulos.

No primeiro capítulo, é apresentada a pesquisa.

No segundo capítulo, estão descritos os fundamentos metodológicos, os instrumentos de coletas de dados e as justificativas da escolha dele e de que maneira foi realizada a análise e a discursão de dados.

No terceiro capítulo, é apresentado um panorama do Cálculo Diferencial e Integral, sua imersão na História como conhecimento construído e não acabado e seus atuais conceitos.

No quarto capítulo, são apresentadas as possibilidades e as limitações do uso didático da História da Matemática a luz das bibliografias visitadas.

No quinto capítulo são apresentados o papel da Matemática nos currículos dos cursos de Bacharel em Sistemas de Informação, Bacharel em Agronomia e Licenciatura em Matemática do IFMG – *campus* São João Evangelista bem como a importância do Cálculo Diferencial e Integral. Além disso, são apresentados os índices de não aprovação em Cálculo Diferencial e Integral nos cursos supracitados e em algumas pesquisas, para com isso buscar no dizer dos pesquisados possíveis apontamentos nas dificuldades de seu ensino.

No sexto capítulo é feito uma sugestão pedagógica para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral através do método de exaustão de Eudoxo e as possibilidades de quadrar curvas a luz do conhecimento arquimediano.

No sétimo capítulo realiza-se as considerações finais.

Essa organização se deu com o objetivo de propor uma alternativa de se compreender conceitos de Cálculo Diferencial e Integral através da História da Matemática na construção do conhecimento matemático.

Para tanto, neste trabalho foi adotado o modelo de pesquisa qualitativo para compreender os dados levantados e, sobretudo as dificuldades no processo de ensino-aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral através "dizer" dos pesquisados.

2 METODOLOGIA DE PESQUISA

O substantivo *método* significa a ordem escolhida para seguir uma investigação da verdade, no estudo de uma ciência ou para alcançar um fim determinado, ou seja, “método científico é a observação sistemática dos fenômenos da realidade através de uma sucessão de passos, [...], buscando explicar a causa desses fenômenos, suas correlações e aspectos não revelados” (GOLDENBERG, 2004, p. 104-105).

Mas o que é metodologia de pesquisa? Como definir os passos a utilizar?

O termo *metodologia* é caracterizado como conjunto de métodos, regras e postulados, ou seja, é “o estudo dos caminhos a serem seguidos, dos instrumentos usados [...]” (GOLDENBERG, 2004, p. 105). Segundo essa mesma autora, pesquisa “é a construção de conhecimento original [...] é o trabalho de produção de conhecimento sistemático” (Ibid., 2004, p. 105) e, sobretudo, “um modo diferente de olhar e pensar determinada realidade a partir de uma experiência e de uma apropriação do conhecimento, [...]” (DUARTE, 2002, p. 140). Logo, metodologia de pesquisa é o estudo dos caminhos, dos instrumentos, da ordem e, principalmente, da investigação dos fenômenos que constroem o conhecimento original.

Para alcançar êxito nesse árduo trabalho, é preciso levar em consideração três importantes requisitos, quais sejam:

a) a existência de uma **pergunta** que se deseja responder;
b) a elaboração de um conjunto de **passos** que permitam chegar à resposta;
c) a indicação do grau de confiabilidade da **resposta** obtida (GOLDENBERG, 2004, grifo nosso).

Tendo determinado o problema de pesquisa (**pergunta**), “[...] pelo qual o pesquisador recorre a um referencial teórico” (Ibid., 2004, p. 106), inicia-se o processo de elaboração de metodologia de pesquisa (**passos**), o qual Goldenberg (2004) chama de “investigação organizada” e “controle rigoroso de investigações”. Nesse processo, o pesquisador precisa situar os procedimentos metodológicos que serão necessários para atingir o problema apresentado, pois “a definição do objeto de pesquisa assim como a opção metodológica constituem um processo tão importante para o pesquisador quanto o texto que ele elabora ao final” (DUARTE, 2002, p. 140). A mesma autora, ao citar Brandão (2000), diz que a “construção do objeto” é, em linhas gerais, “a capacidade de optar pela alternativa metodológica mais adequada a análise daquele objeto” (Ibid., 2004, p. 140).

Apesar de Goldenberg (2004) apresentar possiblidades de integrar análise qualitativa e análise quantitativa, a escolha por uma delas varia de acordo com o objetivo de pesquisa, ou seja, “o uso de uma metodologia ou de outra dependerá muito do tipo de problema colocado e dos objetivos da pesquisa” (MARTINS, 2004, p. 293). Se o objetivo de pesquisa é quantificar e avaliar resultados, sejam eles expressos em números, gráficos e análises estatísticas, é apropriado utilizar uma abordagem quantitativa, ou seja, “o quantitativo tem a ver com o objetivo passível de ser mensurado. [...] destaca como pontos importantes para a produção da ciência a razão, a objetividade, o método, a definição de conceitos, a construção de instrumentos para garantir a objetividade da pesquisa” (BICUDO, 2004, p. 105). No entanto, se o objetivo é avaliar resultados individuais, realizar estudos de caso e, sobretudo, dar espaço ao que Martins (2004) chama de “subjetividade”, deve-se utilizar a pesquisa qualitativa.

Neste trabalho de conclusão de curso (TCC), foi adotado o modelo qualitativo, pois além de apresentar as possibilidades e as limitações da História da Matemática como recurso didático, o pesquisador buscou compreender, no “dizer” dos professores, as possíveis dificuldades no processo de ensino-aprendizagem das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, sugerindo alternativas para a compreensão de alguns conceitos através de contribuições históricas.

2.1 A PESQUISA QUALITATIVA

A pesquisa qualitativa iniciou-se na Antropologia e tem a característica de estudar os aspectos “microssociológicos”. Isso ocorreu em meados do XIX, quando cientistas sociais defenderam a perspectiva idealista-subjetivista, ocorrendo um grande debate entre quantitativo e qualitativo (ANDRÉ, 1995, p. 15). Para Martins (2004), a pesquisa qualitativa “[...] trabalha sempre com unidades sociais, ela privilegia os estudos de caso – entendendo-se como estudo de caso, o indivíduo, o grupo, a instituição” (MARTINS, 2004, p. 293). D’Ambrósio, no prefácio do livro *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*, declara que, no seu entender, a pesquisa qualitativa “[…] é o caminho para escapar da mesmice. Lida e dá atenção às **pessoas** e às suas **ideias**, procura fazer sentido de **discursos** e **narrativas** que estariam silenciosas.” (D’AMBRÓSIO, 2004, P. 19, grifo nosso).

Segundo Garnica, o adjetivo “qualitativa” está relacionado a pesquisas que reconhecem:

> (a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, se vale de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não conseguem se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas

> mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re) configuradas; (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas (2004, p. 88).

Essas características da pesquisa qualitativa, conforme apresentadas por Goldenberg (2004), Martins (2004), Garnica (2004) e D'Ambrósio (2004), requer do pesquisador "a necessidade de mergulhar na vida do outro [...] e esse mergulho na vida do grupo e em culturas às quais o pesquisador não pertence, exige uma aproximação baseada na simpatia, confiança, afeto, amizade, empatia, etc." (MARTINS, 2004, p. 294), pois "a metodologia qualitativa, mais do que qualquer outra, levanta questões éticas, [...], devido à proximidade entre pesquisador e pesquisado" (Ibid., 2004, p. 295). Segundo a Professora Heloisa Helena T. de Souza Martins, esse tipo de pesquisa permite ao pesquisador superar os preconceitos e colocar em exercício a intuição e a imaginação.

2.2 O PASSO A PASSO DA PESQUISA

Apesar de a pesquisa científica requerer flexibilidade, capacidade de observação dos sujeitos e de corrigir e adaptar os procedimentos adotados para investigar os pesquisados em função dos objetivos estabelecidos, segundo Goldenberg (2004) é preciso prever os passos pelos quais guiarão a pesquisa.

Conforme a autora um dos problemas apresentados nas pesquisas qualitativas se dão não omissão, por parte dos pesquisadores, dos processos que direcionaram as conclusões alcançadas pela pesquisa, ou seja, é preciso "tornar essas operações claras para aqueles que não participam da pesquisa através de uma descrição explícita e sistemática [...]" (GOLDENBERG, 2004, p. 49), pois assim é possível alcançar outros pesquisadores e, sobretudo, que esses possam julgar a interpretação de acordo como o apresentado. Portanto, acredita-se que "se esse método for empregado outros estudiosos serão capazes de acompanhar os detalhes da análise e ver como e em que bases o pesquisador chegou às suas conclusões" (Ibid., 2004, p. 49).

2.2.1 A importância da metodologia

Para Goldenberg (2004, p. 79), "qualquer pesquisa está situada dentro de um quadro de preocupações teóricas", e a delimitação desse quadro teórico ou orientação teórica, segundo Goldenberg (2004), assume uma importância influenciadora em toda a pesquisa.

Em seu livro *Etnografia da Prática Escolar*, a professora Marli André da Universidade de São Paulo acredita que "[...] a definição do objeto é sempre feita por causa de um alvo que se busca e de um interesse específico por conhecer, o que implica uma escolha teórica que pode e deve ser explicitada ao longo do estudo" (ANDRÉ, 1995, p. 42). De acordo com Hirano (1989 apud SALOMON, 2001, p. 220, grifo do autor), essa "[...] orientação seguida pelo investigador [...] conduz o sujeito [...] ao *tombamento da literatura* pertinente ao tema proposto, requerendo do observador uma análise crítica e teórica quanto à limitação e ao alcance das questões, das noções e dos conceitos formulados [...]".

Com isso, pode-se perceber que a escolha teórica influencia o trabalho do pesquisador desde a delimitação do tema, formulação do problema, objetivos a serem atingidos até as considerações finais da pesquisa. Para Goldenberg (2004), esse é um processo de exercício crítico objetivando as diferentes posições dos diversos autores.

Para tanto, buscando fundamentar a metodologia, além da eficácia e a limitação dos recursos metodológicos adotados, foram escolhidas as seguintes bibliografias: André (1995), Salomon (2001), Duarte (2002), Borba (2004), D'Ambrósio (2004), Goldenberg (2004) e Martins (2004). Nessas referências, o pesquisador pôde ter contato com a pesquisa qualitativa, com os procedimentos metodológicos e de que maneira essa metodologia poderia auxiliar na busca dos sujeitos pesquisados para obter resposta ao problema levantado.

Com relação aos aspectos históricos do Cálculo Diferencial e Integral, foram adotadas as obras de Boyer (1974), Gottlieb (2007), Pedroso (2009), Eves (2011) e Roque (2012). Nesses livros, foi possível relacionar e compreender os desenvolvimentos do Cálculo Diferencial e Integral como socioculturais e filosóficos. Além disso, o pesquisador pôde ter contato com os problemas matemáticos que impulsionaram o advento da Ciência Moderna.Para os aspectos conceituais do Cálculo Diferencial e Integral, foram adotados como referência bibliográfica os livros de Leithold (1994) e Stewart (2004). Nessas obras buscou-se apresentar, em linhas gerais, a definição de limites, continuidade, derivada e integral.

Na construção do referencial responsável pela discussão dos limites e das possibilidades da História da Matemática como recurso didático, dentre as diversas pesquisas realizadas em âmbito nacional e internacional, destacou-se as pesquisas realizadas por Miguel na década de 1990, Fauvel e Maanen (2002), Baroni e Bianchi (2007) e outros.

Em relação aos índices de reprovação em Cálculo Diferencial e Integral e às diferentes dificuldades apresentadas, foram utilizadas as teses dos pesquisadores Barufi (1999), Rezende (2003) e Vieira (2013). Esses pesquisadores procuram, em função dos altos índices de reprovação em Cálculo, apresentar onde situam as dificuldades de seu ensino, bem como algumas possibilidades na construção do saber, conforme pode ser visto em Vieira (2013).

No direcionamento pedagógico, sugeriu-se as contribuições de Eudoxo e Arquimedes para a noção de limite e integral, baseada na tese de Brolezzi (1996).

2.2.2 O levantamento dos dados e a entrevista como instrumento metodológico

Após a escolha do tema e do referencial teórico, inicialmente buscou-se relacionar os objetivos da pesquisa com os recortes realizados nas pesquisas apresentadas para delimitar o problema de pesquisa e buscar respostas como sustentado por Goldenberg (2004).

Em virtude dos dados apresentados por Barufi (1999) e Rezende (2003) com relação aos altos índices de reprovação nas disciplinas de Cálculo na USP e na UFF, viu-se a necessidade de conhecer a importância da Matemática e, sobretudo, do Cálculo Diferencial e Integral no Planos Pedagógicos Curriculares dos cursos de Bacharelado em Sistemas de Informação, Bacharelado em Agronomia e Licenciatura em Matemática e apresentar gráficos que demonstrem os índices de reprovação na referida disciplina no período de 2010 a 2013. Estes dados foram obtidos junto à Secretaria de Graduação e Pós-Graduação do *campus*. Cabe aqui ressaltar que esse passo foi fundamental para a pesquisa, assumindo um papel justificador no processo de (re) pensar o processo de ensino-aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral.

De acordo com Duarte (2002, p. 141), as "pesquisas de cunho qualitativo exigem a realização de entrevista, quase sempre longas e semiestruturadas". Em virtude disso, após o levantamento dos dados, o próximo passo buscou identificar nos sujeitos pesquisados, através do "dizer" de cada um, os diversos fatores que justificam os dados levantados. Para tanto, foi adotada a modalidade de entrevista semiestruturada.

Apesar de as entrevistas semiestruturadas serem uma alternativa muito produtiva para pesquisas qualitativas, Goldenberg destaca que, ao escolher trabalhar com esse instrumento de pesquisa, "é bom lembrar que lidamos com o que o indivíduo deseja revelar, o que deseja ocultar e a imagem que deseja projetar de si mesmo" (GOLDENBERG, 2004, p. 85), portanto foi preciso estruturar as perguntas para que fosse possível alcançar, através do “dizer” dos sujeitos entrevistados e de suas experiências, os objetivos propostos, tendo em mente que as questões precisam relacionar-se como os objetivos de estudo.

Nesse processo de estruturação, é preciso “[...] encontrar a melhor maneira de formular as perguntas e ser capaz de avaliar o grau de indução da resposta contida numa dada questão [...]” (DUARTE, 2002, p. 146). Posto isso, conhecer as vantagens e desvantagens desse instrumento de pesquisa apresentado por Goldenberg (2004) foi essencial para o pesquisador perceber as limitações do modelo adotado. Dentre as vantagens apresentadas pela autora, destacam-se:

a) as pessoas têm maior paciência e motivação para falar do que para escrever;
b) maior flexibilidade para garantir a resposta desejada; pode-se observar o que diz o entrevistado e como diz, verificando as possíveis contradições;
c) permite uma maior profundidade.

As entrevistas semiestruturadas de acordo com Goldenberg (2004) possuem desvantagens, pois:

a) exige mais tempo, atenção e disponibilidade do pesquisador: a relação é construída num longo período, uma pessoa de cada vez;
b) é mais difícil comparar as respostas;
c) o pesquisador fica na dependência do pesquisado: se quer ou não falar, que tipo de informação deseja dar e o que quer ocultar.

Goldenberg (2004) ressalta que essas entrevistas podem ser estruturadas sob três perspectivas, quais sejam: “rigidamente padronizadas”, “assistemáticas” e “projetivas”. As entrevistas “rigidamente padronizadas” apresentam as perguntas aos sujeitos entrevistados com as mesmas palavras e ordem. Dessa maneira, as entrevistas podem ser “fechadas” ou “abertas”; se a escolha do pesquisador for por uma entrevista com perguntas fechadas, será necessário apresentar alternativas. No entanto, se a escolha for por perguntas abertas, o pesquisador terá que realizar uma análise mais criteriosa, pois aqui o entrevistado apresenta sua opinião. A entrevistas “assistemáticas” buscam respostas instantâneas dos entrevistados enquanto que as entrevistas “projetivas” utilizam de recursos visuais para estimular os entrevistados.

Nesta pesquisa, a entrevista foi estruturada sob a perspectiva “rigidamente padronizada” com perguntas abertas e foi elaborada sob a orientação do orientador desta pesquisa e do coorientador, com intuito de conhecer possíveis indicativos das dificuldades apresentadas no processo de ensino-aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral, qual a formação que os pesquisados possuem para ensinar essa disciplina e, sobretudo quais são suas prioridades pedagógicas e metodológicas. Posto isso a entrevista estruturou-se da seguinte forma:

a) De acordo com os dados da Secretaria de Graduação e Pós – Graduação, o Cálculo Diferencial e Integral no IFMG – SJE apresenta um alto índice de reprovação. O que você pensa sobre isso?
b) Você conhece o PPC do curso que leciona? O que você pensa sobre a abordagem feita por ele com relação ao Cálculo Diferencial e Integral?
c) Você elaborou um Plano de Atividade Docente no início do semestre letivo. Você efetivamente segue e consegue alcançar os objetivos descritos neste documento?
d) Quais recursos didáticos você utiliza para ensinar as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral?
e) Na sua formação profissional, você teve algum tipo de preparo para ensinar Cálculo Diferencial e Integral? Em quais disciplinas?
f) No processo de ensinar Cálculo Diferencial e Integral, como você vê a relação entre conteúdos e significados?

2.2.3 Os sujeitos entrevistados

Segundo Duarte (2002), os critérios que perpassarão a escolha dos sujeitos investigados são fundamentais para o êxito da pesquisa, uma vez que essa escolha "intefere diretamente na qualidade das informações a partir das quais será possível construir a análise e chegar à compreensão mais ampla do problema delineado" (Ibid., 2002, p. 141).

Em função desses critérios, a escolha foi feita acordando com a fala de Martins (2004), buscando o objeto de estudo em grupos socias que se identificam com o assunto, pois "[…] todo conhecimento deve ser dirigido a alguém ou a um grupo que dele tem necessidade […]" (Ibid., 2004, p. 298), e esse processo de escolha, como defendido por Martins (2004), requer uma relação com os sujetos de confiança, afeto, amizade, empatia etc.

No entanto, Goldenberg (2004) destaca que, nesse processo, o pesquisador precisa se proteger do seu *bias*[1], para que ele não interfira na observação das informações levantadas, pois a aceitação dessa interferência pode direcionar o pesquisador a desconsiderar respostas e

[1] A autora utiliza a palavra *bias* em inglês, utilizada com frequência pelos pesquisadores sociais. Esse termo, segundo Goldenberg, pode ser traduzido como "viés", "preconceito".

resultados que contrariam suas hipóteses. A autora destaca que uma maneira de minimizar esse problema é explicitando detalhadamente os limites das escolhas feitas.

Em função de seguir a proposta de Goldenberg (2004), foram entrevistados todos os envolvidos, ou seja, os professores que lecionam Cálculo Diferencial e Integral no IFMG – São João Evangelista. Cabe aqui ressaltar que não foi possível entrevistar os professores que não trabalham mais na instituição; esse, talvez, possa ser um dos limites da pesquisa, conforme realça Goldenberg (2004).

Apesar de ser uma das críticas positivistas ao modelo qualitativo como apresentado por Martins (2004) e Goldenberg (2004), um fato importante na escolha foi o contato do pesquisador com os pesquisados; a relação de confiança e amizade foi fundamental para a aceitação dos sujeitos a serem entrevistados, dada pela relação de aluno com alguns dos envolvidos e a relação de estagiário. Goldenberg (2004, p. 90) realça que “uma entrevista bem-sucedida depende fortemente de uma criação de atmosfera amistosa e de confiança”. Essas relações, de acordo Duarte (2002), caracterizam-se importantes na análise do material.

Como apresentado, buscou-se escolher professores que lecionam ou já lecionaram Cálculo Diferencial e Integral no período de 2010 a 2013 nos cursos de Bacharelado em Sistemas de Informação, Bacharelado em Agronomia e Licenciatura em Matemática. Para esses professores, foram atribuídos, pelo pesquisador, codinomes da mitologia grega, quais sejam: **Dionísio**, **Zeus**, **Hestia**, **Apolo** e **Poseidon**.

Dionísio é professor do IFMG – *campus* São João Evangelista no curso de Licenciatura em Matemática.

Zeus é professor do IFMG – *campus* São João Evangelista no curso de Licenciatura em Matemática.

Hestia é professora do IFMG – *campus* São João Evangelista no ensino médio integrado e no curso de Bacharelado em Agronomia.

Apolo é professor do IFMG – *campus* São João Evangelista no ensino médio integrado, no curso de Licenciatura em Matemática e no curso de Bacharelado em Sistemas de Informação.

Poseidon é professor do IFMG – *campus* São João Evangelista nos cursos de Tecnologia em Silvicultura, Bacharelado em Sistemas de Informação e Licenciatura em Matemática.

2.2.4 Análise e discussão dos dados

De acordo com Duarte (2002, p. 151), os "métodos qualitativos fornecem dados muito significativos e densos, mas, também, muito difíceis de se analisarem". São difíceis pois a imersão na vida do grupo e na cultura em que os envolvidos estão inseridos requer o cuidado com o *bias*, para que a a intenção do pesquisador não interfira nas opiniões dos sujeitos, ou seja, a neutralidade do pesquisador precisa ser valorizada nesse momento para que sejam sugeridas respostas (GOLDENBERG, 2004). Duarte (2002) destaca que este é um trabalho árduo.

De acordo com Goldenberg (2004), articular teoria (bibliografia) com dados empíricos (pesquisa) requer do cientista muita "sensibilidade para que se aproveite o máximo possível dos dados coletados e da teoria estudada" (Ibid., 2004, p. 92). A antropóloga Mirian Goldenberg acredita que, nesse processo de discursão dos dados, em que o pesquisador, sensível, articula teoria e dados empíricos, é possível perceber pequenos detalhes importantes para a pesquisa.

As realizações das entrevistas justificaram-se, após apresentar os índices de reprovação nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de Bacharelado em Sistemas de Informação, Bacharelado em Agronomia e Licenciatura em Matemática, na tentantiva de compreender, no "dizer" dos professores envolvidos, o que os entrevistados pensam sobre os índices apresentados.

Na apresentação dos índices, buscou-se articulá-los às pesquisas de Barufi (1999) e Rezende (2003) e no "dizer" dos entrevistados buscou-se relacionar com as dificuldades apresentadas por Vieira (2013).

As entrevistas foram gravadas e transcritas e, após esses passos, procurou-se articular os dados levantados com as bibliografias adotadas.

3 O CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Na Matemática, o Cálculo Diferencial e Integral, em linhas gerais, caracteriza-se como um estudo das definições, propriedades e aplicações de Limite, Continuidade, Derivada e Integral. Esse processo dá sustentação teórica ao estudo de funções do ponto de vista matemático, possibilitando o entendimento sobre os fenômenos da realidade e, ainda, sobre a própria Matemática. No entanto seu processo de desenvolvimento não possui a linearidade apresentada hoje nos livros didáticos.

Neste capítulo, em 3.1, será apresentado o contexto histórico-social em que o desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral estava situado, bem como as contribuições matemáticas dessa época e, além disso em 3.2 serão apresentadas as definições de Limite, Continuidade, Derivada e Integral.

3.1 O CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL COMO PARTE DA HISTÓRIA

O estudo dos conceitos de limite, continuidade, derivada e integral, na ordem em que foi apresentado, deu-se historicamente de maneira inversa, ou seja, o Cálculo Integral desenvolveu-se primeiro que o Cálculo Diferencial, e, no século XVII, percebeu-se a relação que ambos possuíam devido à integração ser uma propriedade inversa da diferenciação (EVES, 2011). A integração, de acordo com Eves (2011), está intimamente ligada ao Cálculo de áreas, volumes e comprimentos, e que, apesar de ser a relação inversa da integração a diferenciação, está ligada a problemas de tangentes de curvas, máximos e mínimos.

No entanto, esse pensamento se deu devido a vários períodos históricos que remontam à Idade Média até o desenvolvimento da Ciência Moderna. Dentre esses períodos históricos, destaca-se o Renascimento. De acordo com o que é apresentado por Boyer (1971), Eves (2011) e Roque (2012), esse período fez da Matemática renascentista e da Matemática Moderna fiéis aliadas.

3.1.1 O Renascimento e o surgimento da Ciência Moderna

Segundo Pedroso (2009, p. 209), “o renascimento foi caracterizado por profundas transformações ocorridas na vida e na visão de mundo do homem europeu”. Estas mudanças, citadas pelo autor, então relacionadas com o desenvolvimento social, filosófico e cultural. Isto, para Roque (2012) relaciona-se intimamente com a valorização da técnica e com pensamento autônomo do homem. “A verdade é que os homens estavam se relacionando dentro de novas coordenadas e a visão do mundo não mais poderia seguir a orientação teocêntrica [...]” (PEDROSO, 2009, p. 209). De acordo com Boyer (1981, p. 197), essas transformações citadas por Pedroso (2009) estão intimamente relacionados com a recuperação da Europa “do choque físico e espiritual da peste negra, e a impressão com tipos móveis tornava possível uma difusão muito maior do que em qualquer período anterior de obras eruditas”. Isso, segundo Eves (2011), direcionou a “civilização moderna” a trilhar o caminho da modernidade, que, por sua vez, "[…] começou com uma renovação de interesse pela arte e pela ciência antigas" (Ibid., p. 287).

Roque (2012) destaca que o desenvolvimento científico foi impulsionado a partir do século XI pela criação das primeiras universidades, como Bolonha (1088), Paris (1170), Cambridge (1209) e Oxford (1249), e que, influenciadas pelas escolas monásticas e episcopais após as reformas educativas de Carlos Magno no século VIII, essas universidades firmavam seus ensinamentos na tradição clássica grega, ou seja, os currículos eram alicerçados nas sete artes antigas, divididas pelo chamado *trivium*, ou ensino literário (gramática, retórica e lógica), e pelo *quadrivium*, ensino científico (aritmética, geometria, música e astronomia). Nessa época, a gramática, a retórica e a lógica eram considerados estudos elementares, enquanto a aritmética, a geometria, a música e a astronomia eram consideradas estudos avançados. Gottlieb (2007, p. 424) destaca que, nessa época, "a maior parte da literatura clássica, inclusive a romana, era completamente desconhecida, exceto de um escasso número de monges […]". No entanto, Roque (2012) realça que, como o ensino era destinado aos que ocuparia posições na igreja e no estado, as universidades seguiam a lógica aristotélica. Porém, Roque (2012) menciona que esses currículos sofreram algumas mudanças; destacam-se, por exemplo, a lógica, a medicina e o *quadrivium* matemático, que passaram a fazer parte dos currículos. Com relação à inclusão da lógica na formação curricular, Gottlieb (2007, p. 429) afirma: "essa disciplina oferecia uma completa teoria da análise e do debate, que ia do sistema técnico de definição e classificação ao estudo dos ardis usados na discussão".

Ainda que os currículos fossem constituídos de fontes cristãs, Roque (2012, p. 283) acrescenta que os escritos "recém-recuperados" passaram a influenciar os textos religiosos. Segundo Roque (2012) e Eves (2011), essa influência deu-se pela intensificação da tradução em latim e grego de obras como o *Elementos*, de Euclides, a *Álgebra*, de Al-Khwarizmi, o *Almagesto*, de Ptolomeu, e vários outros. Gottlieb (2007, p. 425) destaca que, entre os séculos XIII e XIV, "[…] a influência de Aristóteles era, de fato, suprema. Seus conceitos e terminologia, tal como traduzidos para o latim, eram correntes na maioria dos debates acadêmicos". Roque (2012) considera que estas atitudes tornaram o perfil das escolas urbanas mais racionalistas.

"Um fato notável sobre a natureza do Renascimento é que ela estava em toda parte" (GOTTLIEB, 2007, p. 425). De acordo com Pedroso (2009), esses debates, essas investigações e esse novo modo de pensar da renascença refletiu, positivamente, "[…] nos trabalhos de Leonardo da Vinci e de outros pensadores, a prenunciar a física de Galileu e

Newton, desenvolvidas no século XVII”. Além desses, Pedroso (2009) cita, por exemplo, a teoria heliocêntrica de Copérnico, as observações feitas por Tycho Brahe sobre os movimentos dos astros e a descoberta da lei gravitacional de Newton. No entanto, Roque (2012, p. 281) destaca que, nesse século, marcado pelo pensamento mecanicista da Revolução Científica, “na matemática, a geometria cartesiana e o cálculo infinitesimal são vistos como as duas manifestações mais importantes desse período” e que, “além do pensamento mecanicista, a Revolução Científica do século XVII é particularmente associada à expansão da ciência experimental e à matematizarão da natureza, atribuídas a Galileu” (Ibid., p. 281). Esse “[…] ímpeto dado à matemática no século XVII foi partilhado por todas as atividades intelectuais e se deveu, em grande parte, sem dúvida, aos avanços políticos, econômicos e sociais da época” (EVES, 2011, p. 340).

3.1.2 Algumas contribuições na Matemática

Apesar desse fértil período da Renascença e da Revolução Industrial, que revolucionou o pensamento moderno, havendo um grande desenvolvimento na Filosofia, Astronomia, Biologia e, sobretudo, na Matemática, como apresentado por Pedroso (2009) e Roque (2003), “[...] a realização mais notável foi a invenção do cálculo [...]” (EVES, 2011, p. 417).

Apesar da invenção do Cálculo ser atribuída a Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz, como menciona Eves (2011), Pedroso (2009) destaca que vários cientistas, como Eudoxo, Arquimedes, Fermat, Descartes, Pascal, Cavalieri, Barrow, Wallis e outros, “[...] contribuíram muito, tanto para o cálculo integral (quadraturas) como para o cálculo diferencial (encontrar tangentes e curvas)” (PEDROSO, 2009, p. 280). Dentre as contribuições realizadas pelos cientistas mencionados, nesta pesquisa, por questões pedagógicas, destacam-se as contribuições realizadas por Eudoxo e Arquimedes, as quais, na seção 4.1, serão tratadas como sugestão pedagógica.

3.1.2.1 Eudoxo (408 – 355 a.C.)

Der acordo com Pedroso (2009), Eudoxo de Cnido foi aluno do pitagórico Arquitas quando viajou para Tarento, atual Itália, e, em sua visita a Atenas, acredita-se que estudou com Platão. Atualmente, "é considerado o maior matemático do período helénico[2] [...]" (PEDROSO, 2009, p. 92) e, apesar de ter sido matemático, Eudoxo foi também astrônomo e físico.

Eudoxo ficou famoso por realizar diversas contribuições na ciência, sobretudo quando defendeu a ética baseada na noção de prazer (Ibid., p. 92). Em Matemática, desenvolveu "a teoria das proporções, fazendo um estudo especial da divisão áurea e alcançando importantes resultados na geometria dos sólidos" (Ibid., p. 92).

Além dessas contribuições, de acordo como Pedroso (2009) e Roque (2012), Eudoxo resolveu a teoria das proporções entre quatro grandezas apresentadas no quinto livro dos *Elementos*, de Euclides, que foi motivada pelo desejo de "aprimorar os procedimentos infinitos usados por Hipócrates em sua medida do círculo" (ROQUE, 2012, p. 193). Essa engenhosa contribuição, mais tarde, é utilizada por Arquimedes para efetuar "sequências de aproximações finitas da área do círculo por polígonos" (Ibid., 2012, p. 193).

Quando voltou para Cnido, Eudoxo ocupou um importante cargo Legislativo, tornou-se professor de Teologia, Astronomia e Meteorologia, escreveu vários livros e influenciou vários cientistas que se tornaram seu discípulo, como os irmãos Manaecmus e Teaetetus (BOYER, 1974). Segundo Boyer (1974, p. 69), "Eudoxo deve ser lembrado na História da Matemática, não só pelo seu trabalho, mas também pelo de seus discípulos".

De acordo com Boyer (1974) e Pedroso (2009), Eudoxo realizou outras importantes contribuições para a Matemática. Dentre elas, destaca-se a que mais justifica sua fama conhecida como método de exaustão. Essa contribuição está relacionada "[...] ao cálculo de comprimentos e áreas de figuras curvilíneas" (ROQUE, 2012, p. 197), conhecido atualmente por integração, na qual ele utilizou o método de exaustão. Nesse trabalho, Eudoxo relacionou diretamente sua teoria das proporções, que mais tarde é utilizado por Arquimedes para provar áreas e volumes de figuras curvilíneas (PEDROSO, 2009). Segundo Boyer (1974), essa contribuição destaca Eudoxo como o provável originador do Cálculo Integral.

[2] De acordo como Eves (2011), o período helénico ou *Era Helenística* foi caracterizado como *oikoumene* (semelhante ao grego) que visava o ideal de Alexandre, ou seja, a difusão da cultura grega nos territórios conquistados. Nesse período, a Filosofia a História, a Ciência e a Matemática provaram seu primeiro desenvolvimento.

3.1.2.2 Arquimedes (287 – 212 a.C.)

Em seu livro *Episódios da História antiga da Matemática*, o historiador da Universidade de Yale Asger Aaboe, ao falar de Arquimedes, inicia com a fala de Plutarco, dizendo:

> Não é possível encontrar em toda a geometria problemas mais difíceis e complicados, ou explicações mais simples e lúcidas. Alguns atribuem isso à sua genialidade; enquanto outros acham que foram produzidos por esforço e trabalho incríveis, embora aparentemente sejam resultados fáceis e obtidos sem esforço (AABOE, 2013, p. 89)[3].

Essa genialidade e esforço realçados no texto de Plutarco faz de Arquimedes "[...] um dos matemáticos mais conhecidos do período pós-euclidiano" (ROQUE, 2012, p. 197). Talvez sejam pelas suas engenhosas máquinas bélicas ou pelos seus trabalhos na Matemática, na Física, na Astronomia e na Engenharia que Arquimedes se torna o "o maior sábio da Antiguidade e um dos mais famosos de toda a história da ciência [...]" (PEDROSO, 2009, p. 119).

De acordo com Eves (2011), provavelmente Arquimedes tenha estudado na Universidade de Alexandria, pois Cônon, Dositeo e Erastótenes[4] compunham seu quadro de amigos. No entanto, a sua fama não se deu apenas pelo fato de relacionar-se com grandes cientistas de Alexandria, e sim pela sua genialidade e pelas contribuições nas ciências. Segundo Pedroso (2009, p. 119), Arquimedes "enriqueceu a geometria euclidiana, [...], introduziu importantes progressos na álgebra, lançou os fundamentos da mecânica e até prenunciou o Cálculo Diferencial e Integral".

Aaboe (2013) menciona que essas contribuições matemáticas citadas por Pedroso (2009) se deu em diversos trabalhos, que, provavelmente, em ordem cronológica são: "Sobre o Equilíbrio das Figuras Planas, I"; "A Quadratura da Parábola"; "Sobre o Equilíbrio das Figuras Planas II"; "Sobre a Esfera e o Cilindro"; "Sobre as espirais"; "Sobre os Cones e os Esferoides"; "Sobre os Corpos Flutuantes I, II"; "A Medida de um Cilindro"; "O Contador dos Grãos de Areia". De acordo com Eves (2011, p. 194), esses trabalhos de Arquimedes são "[...] obras-primas de exposição matemática e lembram, consideravelmente, artigos de revistas especializadas modernas", em que, possivelmente, "[...] a mais notável das

---

[3] De acordo com Aaboe (2013), Plutarco viveu na metade do primeiro século d.C. e escreveu esse trecho no seu livro *Vidas Ilustres*.

[4] De acordo com Eves (2011), Cônon e Dositeo eram sucessores de Euclides, enquanto que Erastótenes era bibliotecário da Universidade.

contribuições feitas à matemática por esses tratados se traduzam no desenvolvimento inicial de alguns métodos do cálculo integral” (Ibid., 2011, p. 194).

Nos livros *Sobre o Equilíbrio das Figuras Planas*, encontra-se a demonstração da lei das alavancas em simples teoremas, que posteriormente é utilizada para encontrar o centro de gravidade de várias lâminas. No livro *Corpos Flutuantes I*, Arquimedes justifica a lei da flutuação. No entanto, segundo Aaboe (2013, p. 96) “os livros de Arquimedes estão devotados à matemática pura”, principalmente os que envolvem o Cálculo Diferencial e Integral. Para tanto, no seu livro *Sobre a Esfera e o Cilindro*, Arquimedes demonstra que “o volume de uma esfera é dois terços do volume do cilindro circunscrito, enquanto que área da sua superfície é igual à área de quatro círculos máximos” (Ibid., 2013, p. 97). Já nos livros *A Medida de um Círculo, A quadratura da Parábola* e *Sobre os Espirais*, vê-se uma dedicação à geometria plana, buscando demonstrar o que hoje conhecemos por π, o método de exaustão (cálculo integral) e *espiral de Arquimedes*, respectivamente (AABOE, 2013).

Porém, o objetivo é apenas apresentar, de maneira concisa algumas contribuições de Arquimedes para as ciências, principalmente para a Matemática, uma vez que falar desse grande cientista requer muito trabalho. Contudo, se houver interesse em conhecer mais suas obras, indica-se o livro de Asger Aaboe.

De acordo com Brolezzi (1996, p. 28), “[...] o surgimento do Cálculo no século dezessete está em plena conexão com a busca de meios de simplificar os métodos gregos, como o método da exaustão.”.

3.1.2.3 Isaac Newton (1642-1727) e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)

O Cálculo Diferencial e Integral deve muito às contribuições de Eudoxo e Arquimedes apresentadas nas seções anteriores. No entanto o seu apogeu foi impulsionado pelos acontecimentos dos séculos XVI e XVII com cientistas como René Descartes, Pierre de Fermat, Blaise Pascal, Cavalieri, John Wallis, Isaac Barrow. De acordo com Eves (2011) neste século já existiam muitos resultados de natureza infinitesimal, porém era preciso sistematizar esse conhecimento.

Esse processo deu início ao que hoje é conhecido como Matemática Moderna e culminou na sistematização do Cálculo Diferencial e Integral nos trabalhos de Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz.

Segundo Pedroso (2009) a revalorização do homem, conhecido como pensamento antropocêntrico, que dantes eram abominados pelo pensamento teocêntrico tornou-se interesse nas investigações cientificas entre os séculos do Renascimento. Essas investigações ganharam contornos, em meados do século XVII, nas obras de Newton e Leibniz.

Em 04 de dezembro de 1642 numa propriedade rural de Lincolnshire em Woolsthorpe, nasce Isaac Newton. No texto de Pedroso (2009), pode-se perceber que apesar de Newton ter sido uma criança sozinha, brincar com suas próprias criações e por sua timidez não apresentar nada de sua genialidade foi incentivado pelo seu tio William a estudar em Cambridge onde se tornou Bacharel em Artes, doutor e substituto de seu amigo e mestre Isaac Barrow. De acordo como Pedroso (2009) Newton foi estimulado por Barrow que reconhecia sua genialidade.

No período de 1665-1666, em virtude da peste bubônica A Universidade de Cambridge fechou as portas e Newton refugiou-se em sua casa de campo onde desenvolveu algumas de suas idéias, como o teorema do binômio, o método das fluxões, chamado hoje de Cálculo Diferencial, óptica e as primeiras idéias sobre atração gravitacional. (PEDROSO, 2009).

Segundo Eves (2011) suas pesquisas realizadas em óptica teve tanta repercussão que incitou discussões e veementes ataques de outros cientistas o que levou Newton jurar que jamais publicaria. No entanto, em 1742 foi publicado sua obra *Methodus fluxionum et serierum infinitorum* (O método de fluxões e séries infinitas) escrita em 1671, onde eram apresentados o método das fluxões que, segundo Pedroso (2009) estavam ligados a estudos feitos por Wallis sobre séries infinitas. Outra importante obra de Newton para o Cálculo Diferencial e Integral, citada por Boyer (1974), Pedroso (2009) e Eves (2011) é o *Tractus de Quadratura Curvarum* (Um tratado sobre a quadratura de curvas), onde foram feitas abordagens da derivada.[5]

De acordo com Pedroso (2009), Gottfried Wilhelm Leibniz, nascido em Leipzig, era conhecido pelo seu interesse em história, teologia, lingüística, biologia, geologia, matemática e outros.

Instigado pelo "principal objetivo da sua vida", Leibniz foi a procura de um "método universal, através do qual pudesse obter conhecimentos, fazer invenções e compreender a unidade essencial do universo." (PEDROSO, 2009, p. 277). Essa procura direcionou-o à elaboração do cálculo no período de 1673 e 1676, em Paris, sob a influência pessoal de Huygens e pelo estudo de Descartes e Pascal. Segundo Pedroso (2009, p. 278) Leibniz "foi estimulado a isso, ao saber por rumores que Newton possuía tal método.".

---

[5] Podem ser visitadas comentários sobre outras importantes obras de Isaac Newton nos livros de Boyer (1974), Pedroso (2009) e Eves (2011).

Leibniz, intencionado a tornar esse conhecimento mais acessível, criou diversos símbolos e abordou suas idéias sob a interpretação geométrica, diferentemente de Newton, que abordou suas ideias sob uma interpretação cinemática. Os símbolos criados por Leibniz, como $\int$ conhecido hoje como integral, dx e dy usados no processo de diferenciação tornou-o um dos criadores do Cálculo Diferencial e Integral.[6]

Apesar de haver diversas discussões sobre quem foi o inventor do Cálculo Diferencial e Integral, acredita-se que com esse breve histórico pôde ser percebido que tantos outros cientistas, desde a baixa Idade Média até o Renascimento, cooperaram para o crescimento do Cálculo Diferencial e Integral.

De acordo com Pedroso (2009), os conceitos abordados por Newton e principalmente por Leibniz foram, mais tarde, muito importantes para matemáticos como Jakob Bernoulli (1654-1705), Johann Bernoulli (1667-1748) e Leonhard Euler (1707 – 1783), que deram continuidades ao processo de tornar o cálculo mais acessível e aceitável.

3.2 OS CONCEITOS DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

De acordo com Stewart (2006, p. 3), o Cálculo Diferencial e Integral é um conteúdo menos “estático” e mais “dinâmico”, pois trata de variação, movimento e quantidades que convergem para outras quantidades. O seu ensino se torna importante devido às suas aplicações em diversas áreas como a mecânica, a física, a engenharia etc.

O curso de Cálculo Diferencial e Integral, na maioria das vezes, inicia-se nos primeiros anos de graduações como Engenharias, Matemática, Física, Química e outros. Os cursos procuram direcionar os egressos a compreenderem a Matemática e, sobretudo, as funções numa perspectiva mais “dinâmica”, como menciona Stewart (2006). De acordo com isso, os cursos de Cálculo Diferencial e Integral procuram, em seu contexto mais amplo, apresentar aos alunos os conceitos e as aplicabilidades de limite, continuidade, derivada e integral.

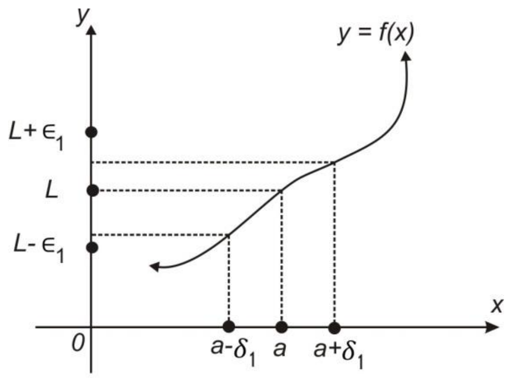
Talvez você esteja se perguntando: O que é limite? Continuidade ou mesmo derivada e integral?

[6] PEDROSO, 2009, p. 277-290.

3.2.1 O limite

Segundo Stewart (2006), Limite é definido como $\lim_{x \to a} f(x) = L$. Em palavras, diz-se que o "limite de $f(x)$ tende a L, enquanto x tende a a", ou seja, torna-se os valores de $f(x)$ tão próximo quanto quiser de L enquanto x se aproxima de a. Leithold (1994, p. 59) apresenta uma boa interpretação geométrica da definição de limite apresentada na Figura 1.

Figura 1 – Representação geométrica da definição de limite



Fonte: Leithold (1994, p. 59).

Leithold (1994) quer dizer com essa representação que x está próximo do ponto de abscissa a, tal que x esteja entre $a - \delta_1$ e $a + \delta_1$, logo $f(x)$ está tão próxima de L, tal que $f(x)$ esteja entre $L - \varepsilon_1$ e $L + \varepsilon_1$. Isso quer dizer que, se $0 < |x - a| < \delta_1$, então $|f(x) - L| < \varepsilon_1$. Daí conclui-se que, para qualquer valor escolhido para $\varepsilon > 0$, ainda que muito pequeno, existe um $\delta > 0$ que garante que $\lim_{x \to a} f(x) = L$.

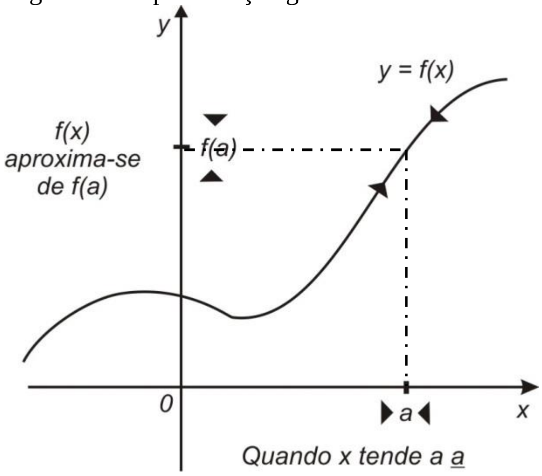
Sendo assim, o limite de uma função o é definido como:

$$\lim_{x \to a} f(x) = L \qquad (1)$$

3.2.2 A continuidade

A continuidade "corresponde estreitamente com o significado de *Continuidade* na linguagem do dia a dia", ou seja, "o processo contínuo é aquele que acorre gradualmente, sem interrupções ou mudanças abruptas" (STEWART, 2006, p. 124). Isso quer dizer, matematicamente, que uma função f é contínua em um número a quando $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$, ou seja, na curva $f(x)$ apresentada na Figura 2 tem-se que se f for contínua sobre o gráfico de f os pontos $(x, f(x))$ tendem ao ponto $(a, f(a))$ sobre o gráfico. Logo para f ser contínua, $f(a)$ e $\lim_{x \to a} f(x)$ precisam existir. Se essas condições não forem satisfeitas em a, f é descontínua em a.

Figura 2 – Representação geométrica da continuidade da função $f(x)$.



Fonte: Stewart (2006, p. 124).

Logo, uma função é contínua quando a notação (2) é verdeira:

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a) \tag{2}$$

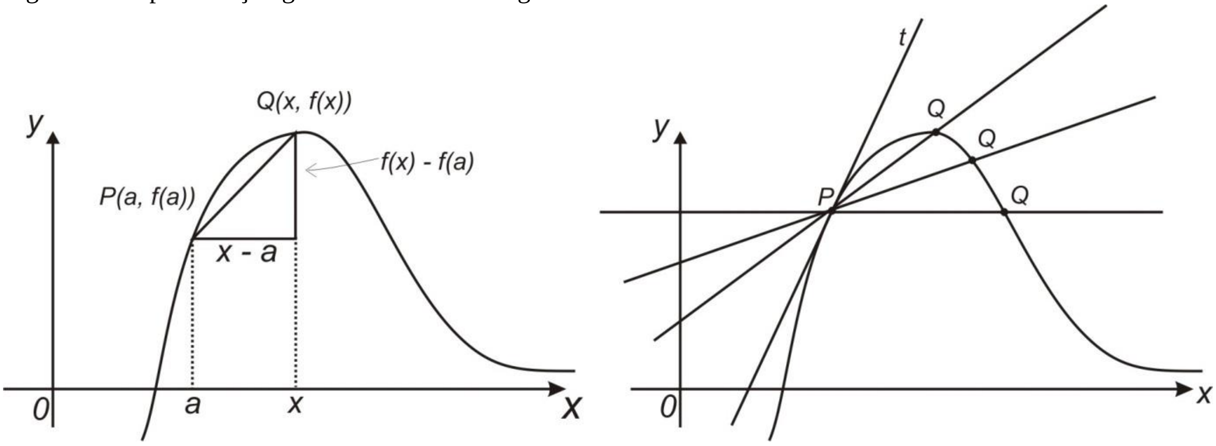
3.2.3 A derivada

A derivada, em linhas gerais, é apresentada por Leithold (1994) e Stewart (2006) como a tangente a determinadas curvas e, sobretudo a inclinação dessa reta. Além disso, a derivada é interpretada como uma taxa de variação que, por sua vez, leva à compreensão da velocidade, do crescimento de bactérias, de custo marginal, lucro marginal e outros (LEITHOLD, 1994, p. 138-139).

De acordo com Leithold (1994), chegar numa definição adequada da reta tangente de uma determinada função requer pensar na definição de inclinação da reta, conhecida como coeficiente angular.

Stewart (2006), ao apresentar a ideia de tangente, relaciona-se a uma interpretação geométrica apresentada na Figura 3.

Figura 3 – Representação geométrica da reta tangente



Fonte: Stewart (2006, p. 149).

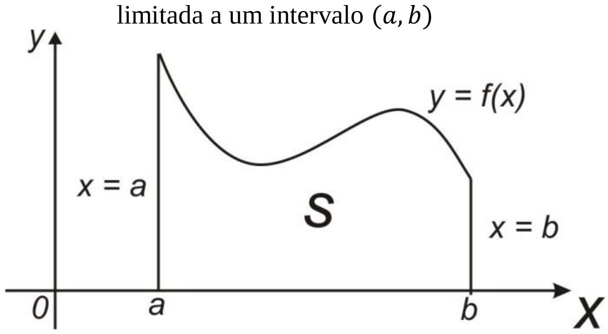
Essa representação geométrica, de acordo com Stewart (2006), permite compreender que se em uma determinada curva C de equação $y = f(x)$ for necessário encontrar a tangente a C no ponto $P(a, f(a))$, será preciso considerar um ponto vizinho $Q(x, f(x))$, onde $x \neq a$ para calcular a inclinação da reta secante PQ. Isso quer dizer que $m_{PQ} = \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$. A ideia aqui é fazer com que Q se aproxime de P, tal que x tenda a a, ou seja, se m_{PQ} tende a um número m, a reta tangente t passa por P e tem inclinação m, logo "[…] a reta tangente é a posição-limite da reta secante PQ quando Q tende a P" (Ibid., 2006, p. 149). Considerando a existência do limite, Stewart (2006) caracteriza que a reta tangente a uma curva $y = f(x)$ em um ponto $P(a)$, $f(a)$ é definida por m, tal que a reta que por P com inclinação $\mathrm{m} = \lim_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ é chamada de tangente. É equivalente dizer que "**a derivada** de uma função f é a função denotada f', tal que seu valor em qualquer número x do domínio de f seja dado por (2) se esse limite existir" (LEITHOLD, 1994, p. 142, grifo do autor).

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} \qquad (3)$$

3.2.4 A integral

Antes de compreender o que é uma integral, é preciso uma discursão sobre o que é área. Stewart (2006) apresenta uma situação em que é necessário encontrar a região S, ou área, de uma curva $y = f(x)$ em um intervalo de a até b apresentado na Figura 4.

Figura 4 – Representação geométrica da região S de uma curva $y = f(x)$ limitada a um intervalo (a, b)



Fonte: Stewart (2006, p. 369).

De acordo com Stewart (2004), essa região S "[…] está limitada pelo gráfico de uma função contínua f [onde $f(x) \geq 0$], as retas verticais $x = a$ e $x = b$ e o eixo x" Encontrar áreas de poligonos convexos ou não convexos não é uma tarefa tão difícil, "no entanto, calcular a área de uma região com lados curvos" é uma tarefa mais difícil, como relata Stewart (2004, p. 369).

A ideia de integral, segundo Stewart (2006), em linhas gerais, é o limite da soma de vários retângulos que podem ser construídos na região S, ou seja "a área A da região S que está sob o gráfico de uma função contínua f é o limite das somas das áreas áreas dos retângulos apronximantes" (STEWART, 2006, p. 374). Então:

$$A = \lim_{m \to \infty} [f(x_1)\Delta x + f(x_2)\Delta x + \cdots + f(x_m)\Delta x] \quad (4)$$

De acordo com Leithold (1994), se f é uma função definida no intervalo fechado $[a, b]$, então a integral definida de f de a até b, denotada por $\int_a^b f(x)dx$, será dada por:

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{|\Delta x| \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(x^*)\Delta x \quad (5)$$

4 A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA SOB O PONTO DE VISTA PEDAGÓGICO

As pesquisas em Educação Matemática têm se desenvolvido sobremaneira nas últimas décadas. Em buscas realizadas no Diretório dos Grupos de Pesquisa no Brasil[7], percebeu-se que, atualmente, existem, nas universidades brasileiras, 257 grupos fomentados pelo CNPq envolvidos em temas da Educação Matemática. Isso tem favorecido o crescimento de pesquisas que contemplem diversos temas relativos à Matemática e a Educação Matemática. Por exemplo, D'Ambrósio (1999), Borba (2001), Smole e Diniz (2006), Mendes (2009), Onouchic e Allevato (2011). Estas pesquisas têm sido realizadas para que possam averiguar, avaliar, compreender e esclarecer os desafios e as possibilidades existentes na educação matemática. O objetivo dessas pesquisas, em seu contexto mais amplo, é desenvolver um ensino de Matemática baseado sob novas perspectivas metodológicas para que os alunos possam associá-las em seu dia a dia.

Dentre essas pesquisas, a História da Matemática, como instrumento pedagógico, tem se constituído numa potencialidade para o ensino de Matemática. Entre os 257 grupos de pesquisas em educação Mmtemática, 24 pesquisam diretamente temas da História da Matemática e da educação matemática. Esses estudos têm sido realizados em diversas universidades que têm se dedicado em apontar os limites e as possibilidades da utilização da História da Matemática na educação. Por exemplo, as universidades UNESP – Rio Claro, IME – USP, UNICAMP, UNIFESP, UFF, UNIBAM, UFRJ.

Uma pesquisa recente, publicada na *Revista Brasileira de História da Matemática*, por Morey (2013), aponta o que dizem os estudos internacionais sobre a História da Matemática em sala de aula. Para tanto, a autora apresenta os anais de eventos internacionais entre 2001 e 2013 e destaca que "atualmente, a maioria dos trabalhos produzidos sobre o uso da História da Matemática em sala de aula são publicados na Europa" (Ibid., 2013, p. 74). Entre os eventos citados por Morey (2013), destacam-se os que subsidiaram esta pesquisa:

a) os Anais dos History and Pedagogy of Mathematics (HPM's), satellite meeting of the International Congress on Mathematical Education (ICME);
b) os Anais dos eventos European Summer University on the History and Epistemology in Matematics Education (ESU) (aconteceu em julho de 2014 na Dinamarca);
c) os Anais do Congress of European Research in Mathematics Education (CERME).

---

[7] Pesquisa realizada em 24/05/2014 em: http://lattes.cnpq.br/web/dgp

No Brasil, existem alguns periódicos e eventos dedicados à pesquisa em História da Matemática e da Educação Matemática. Entre eles, destacam-se:

a) os periódicos da *Revista Brasileira de História da Matemática* (RBHM). Última publicação ocorreu em 2013, com o vol. 13;
b) Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática. (Aconteceu em Óbidos, Portugal entre 15 e 19 de outubro de 2014);
c) os anais do Seminário Nacional de História da Matemática (SNHM).

Esses estudos têm apresentado argumentos que reforçam as possibilidades do uso da História da Matemática como recurso didático para ensinar Matemática. No entanto, esse uso oferece riscos, ou limitações.

Nesta seção, pretende-se apresentar as possibilidades e limitações do uso da História da Matemática como recurso didático para o ensino de Matemática sob as perspectivas dos seguintes autores: Miguel na década de 1990, Fauvel e Maanen (2002), Demattê (2004), Siu (2006) e Baroni e Bianchi (2007).

4.1 POSSIBILIDADES PARA O USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO

De acordo, Fauvel e Maanen (2002), o ICMI (Comissão Internacional de Instrução Matemática)[8], em seu contexto mais amplo, propõem discursões sobre os limites e as possibilidades da História da Matemática como recurso didático. Essas discursões foram publicadas na obra *História na Educação Matemática: Estudo ICMI*[9], na qual pesquisadores como Fauvel, Maanem, Menghini, Grunet, Rogers, Philippou, Christou, Bussi, Sierpinska e outros procuram apresentar as discursões a respeito da inserção da História da Matemática em sala de aula. Além disso, a obra buscou apresentar o desenvolvimento da História da Matemática como campo de pesquisa em vários países como Argentina, Áustria, Brasil, China, Israel, Itália, França e outros. Nas discursões realizadas pelos pesquisadores supracitados, são apresentadas possibilidades e limitações do uso pedagógico da História da Matemática. Esta pesquisa apresentará as possibilidades apresentas por Miguel (1997) e discuti-las nas perspectivas dos pesquisadores do livro *History in Mathematics Education: the ICMI Study*.

[8] Trecho original: [International Comission Mathematical Instrucion].
[9] Trecho original: [History in Mathematics Education: the ICMI Study].

Em se tratando das possibilidades do uso da História da Matemática como recurso didático, dentre as apresentadas por Miguel (1993) em sua tese[10], destacam-se as que assumem que i) a História é uma fonte de **motivação** para o ensino e aprendizagem de Matemática; ii) a História é um instrumento de promoção do pensamento **independente** e **crítico**; iii) a História é um instrumento **unificador** dos vários campos da Matemática. Esses potenciais da História da Matemática como instrumento pedagógico são caracterizados, respectivamente, por Miguel (1993) como História – Motivação, História – Dialética e História – Unificação.

4.1.1 História – motivação

Pesquisadores como Tzanakis e Arcavi (2002), Barbin (2002) e Miguel (1993) defendem que a História da Matemática é uma "fonte de motivação", pois "[...] a matemática exige o pensamento e a seriedade, enquanto que a história **alivia a tensão** e conforta [...]" (MIGUEL, 1993, p. 64, grifo nosso). Esse caráter "aliviador" de tensões é considerado por Miguel (1997) como uma ação "motivadora", ou seja, a História da Matemática nos "[...] **encoraja** a pensar em matemática como um processo contínuo de reflexão e de melhoria ao longo do tempo, e não como uma estrutura definida composta de verdades irrefutáveis e imutáveis" (BARBIN et al., 2002, p. 64, tradução nossa, grifo nosso). Essa motivação acontece quando a História da Matemática é "vista como contraponto momentâneo necessário aos momentos formais do ensino, que exigiria grande dose de concentração e esforço por parte do aprendiz" (MIGUEL, 1997, p. 75). De acordo com Simons (1923 apud MIGUEL, 1993, p. 62), a "História da Matemática e as recreações despertam e mantêm o interesse pela matéria" e "[...] suplanta o puro efeito de **motivação** que toda história bem contada e interessante pode causar" (BROLEZZI, 1991, p. 104, grifo nosso). No entanto, "pode-se acrescentar que o interesse provocado pelo uso da história vai além de seu ser apenas um fator de motivação" (BARBIN et al., 2002, p. 69).

4.1.2 História – dialética

Além de seu caráter motivador, Miguel (1993) acredita que a História da Matemática pode levar o aluno a desvencilhar-se de um pensamento "mecânico", "dependente" e

[10] Miguel (1993) apresenta outras possibilidades do uso da História da Matemática como recurso didático, que, por questões de contexto, foram omitidas nesta pesquisa.

“acrítico”, pois ela “[...] excita a curiosidade dos alunos e incentiva-os a **questionar**” (BARBIN et al., 2002, p. 67, tradução nossa). É nessa possibilidade questionadora e dialética da História da Matemática que, segundo Barbin et al. (2002), o aluno começa a “intuir” significados e adquire o que Miguel (1993) caracteriza como pensamento “independente” e “crítico”.

Nesse processo de intuição, para o aprendiz, a “Matemática se torna viva, ela não é mais um objeto rígido. É o objeto da **investigação**, **controvérsia**, contém erros e usa métodos de tentativa e erro” (BARBIN et al., 2002, p. 67), ou seja, dialético.

De acordo com Miguel (1997, p. 85, grifo nosso), o senso comum pedagógico é desvencilhado quando acreditamos que a formação de “[...] cidadãos com base na construção de um pensamento **independente** exige uma concepção [...] pedagógica do conhecimento matemático que ultrapasse os aspectos meramente lógicos e epistemológicos [...]”, e nessa construção do pensamento crítico, investigativo e independente, Barbin et al. (2002) acredita que o aluno se torna um “ator” de seus próprios métodos, seguindo o caminho da intuição.

4.1.3 História – unificação

Para Miguel (1997) e Fauvel e Maanen (2002). a História da Matemática está intrinsecamente ligada a outros campos do saber, seja a Física, a Astronomia, a Biologia, a Química e outras.

Miguel (1997, p. 85), destaca que os defensores desta opinião acreditam que “apenas a história [...] poderia fornecer uma perspectiva globalizadora da matemática [...]”. Apesar de ser uma opinião radical, Demattê (2004, p. 218, tradução nossa) realça que “a História da Matemática contribui para caracterizar a matemática que ensinada [...] como uma orientação humanista, uma vez que pode **atravessar** as disciplinas através da exploração dos seus objetivos comuns”. De acordo com Baroni e Bianchi (2007, p. 32, grifo nosso), essa característica da História da Matemática como instrumento de unificação, ou seja, esse “elo entre a Matemática e outros sujeitos: a Matemática com outras disciplinas, a **interdisciplinaridade** [...]” e, sobretudo, o contato dos alunos com problemas, textos, pesquisas orientadas historicamente podem direcionar os alunos a discursões (dialética) que, consequentemente, “podem desenvolver melhor o seu lado pessoal” (BARONI; BIANCHI, 2007, p. 32). Ou seja, ensinar matemática utilizando esse instrumento pedagógico pode contribuir para oportunizar aos alunos à compreensão do desenvolvimento matemático, como um desenvolvimento sócio-político-cultural.

4.2 LIMITAÇÕES DO USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO

Apesar das possibilidades mencionadas, existem diversas opiniões que apontam obstáculos de utilizar a História da Matemática como recurso didático. No congresso History and Pedagogy of Mathematics, Siu (2006) apresentou uma pesquisa em que foram entrevistados 360 professores de Matemática de 41 escolas em Hong Kong, e, após diversas conversas com professores de diferentes escolas sobre a avaliação do valor da História da Matemática e de sua utilização em suas salas de aula, lista dezesseis limites ou fatores desfavoráveis do uso de História da Matemática no ensino. Dentre eles, destacam-se: "Eu não tenho tempo para isso em sala de aula!"; "Os alunos consideram como história e eles odeiam aula de história!"; "Isso não é matemática!"; "Os alunos consideram tão chato quanto os próprios assuntos de matemática!"; "Há uma falta de formação de professores em História da Matemática!" e "Há uma falta de recursos materiais nele!". No artigo apresentado por Siu (2006), percebe-se que há uma grande preocupação, dos professores pesquisados, na classificação dos alunos em atividades avaliativas e, ainda, consideram uma proposta pedagógica difícil e desafiadora devido à sua falta de formação.

Corroborando com os argumentos apresentados por Siu (2006), Tzanakis e Arcavi (2002) e Baroni e Bianchi (2007) destacam que alguns educadores têm dificuldades ao utilizar a História como recurso didático, pois "não encontram uma literatura adequada" e que nem sempre a História tem um caráter motivador, pois existem alunos que não possuem interesse por História e, consequentemente, acarretará num desinteresse pela Matemática (BAGNI, 2002).

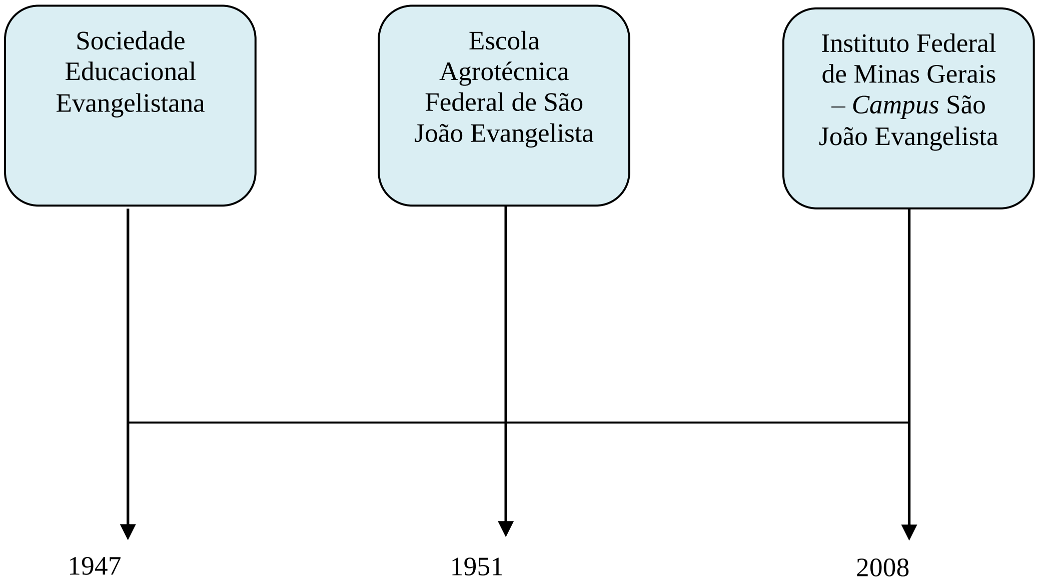
No entanto, Baroni e Bianchi (2007, p. 36) acreditam que, "do ponto de vista pedagógico, a forma mais interessante e eficiente da inserção da História da Matemática [...] seja sua presença dentro do contexto, como parte integrante do conteúdo.". Para realizar essa inserção, "[...] exige vontade, material apropriado e coragem" (Ibid., 2007, p. 36), pois a História "[...] quando devidamente reconstituída e organicamente articulada – pode e deve desempenhar um papel subsidiário em educação Matemática" (MIGUEL, 1993, p. 107).

5 O CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NOS CURSOS SUPERIORES DO IFMG – *CAMPUS* SÃO JOÃO EVANGELISTA

5.1 O IFMG – *CAMPUS* SÃO JOÃO EVANGELISTA

A instituição Federal de São João Evangelista, atual Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia de Minas Gerais, durante 67 anos de existência vem passando por diversas transições como instituição educacional. Destacam-se aqui três momentos da história da instituição, a saber: como **Sociedade Educacional Evangelistana**, **Escola Agrotécnica Federal de São João Evangelista** e como **Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia de Minas Gerais**. Esses três momentos podem ser representados conforme o esquema a seguir.

Figura 5 – Representação das mudanças institucionais ocorridas em relação aos anos



Fonte: Acervo do autor baseado no Plano Pedagógico Institucional (PPI).

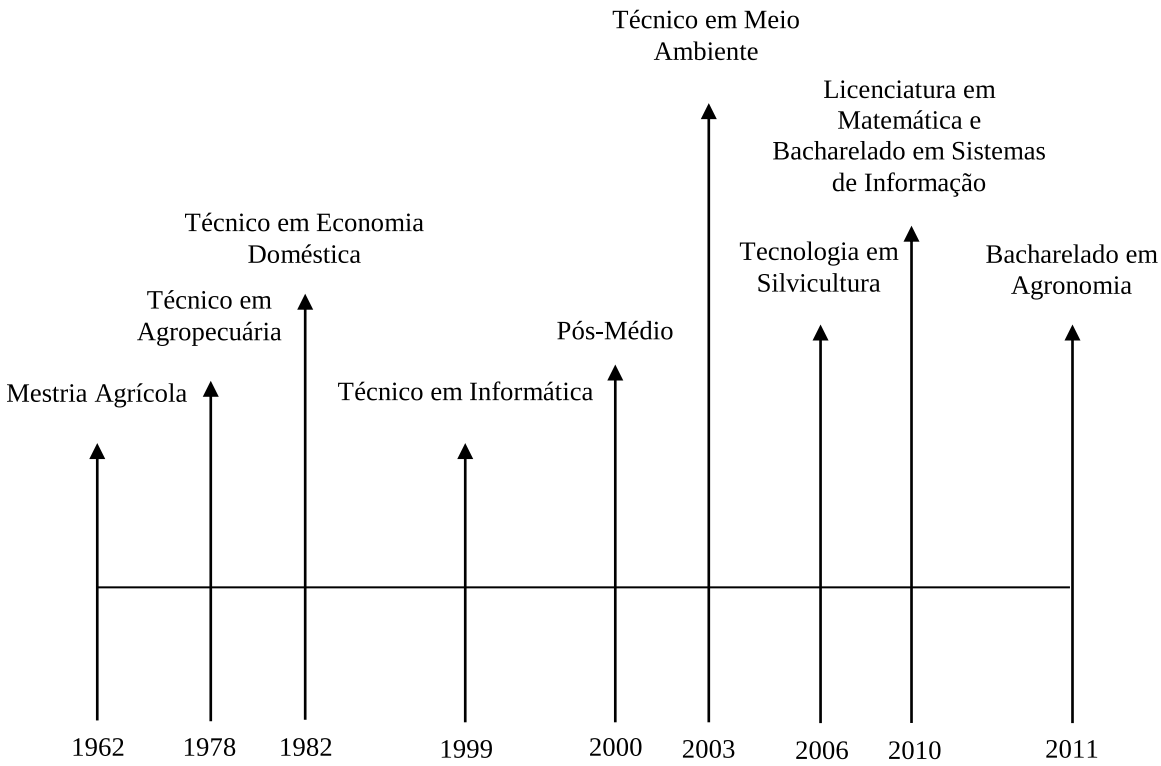
Considerando o esquema acima, em 1947, segundo o Programa Pedagógico Institucional (PPI, 2010) do *campus* São João Evangelista, a Sociedade Educacional Evangelistana (SEE) adquire o terreno da antiga Chácara São Domingos, onde em 1951, através de um convênio entre a União e o Estado de Minas Gerais, foi instalada a Escola Agrotécnica Federal de São João Evangelista (EAFSJE) pelo termo de acordo em 27 de outubro do mesmo ano.

Em 1° de março de 1962, já no terreno que foi transferido pela “secretaria”, inicia-se a 1° turma de 5ª série (antigo ginasial) do curso de “Mestria Agrícola” com 15 alunos, onde em 1965 formam-se 10.

No dia 29 de dezembro de 2008, através da lei n° 11.892, a então denominada EAFSJE é transformada em Instituto Federal de Minas Gerais – *campus* São João Evangelista.

Como EAFSJE, a instituição oferecia vários cursos de nível técnico e superior. Com a transformação em IFMG, a instituição obteve uma maior autonomia para oferecer diversos cursos. O início desses cursos técnicos e superiores podem ser visualizados na ilustração abaixo (Figura 6).

Figura 6 – Representação dos cursos técnicos e superiores no *campus* de São João Evangelista



Fonte: Acervo do autor baseado no Plano Pedagógico Institucional (PPI).

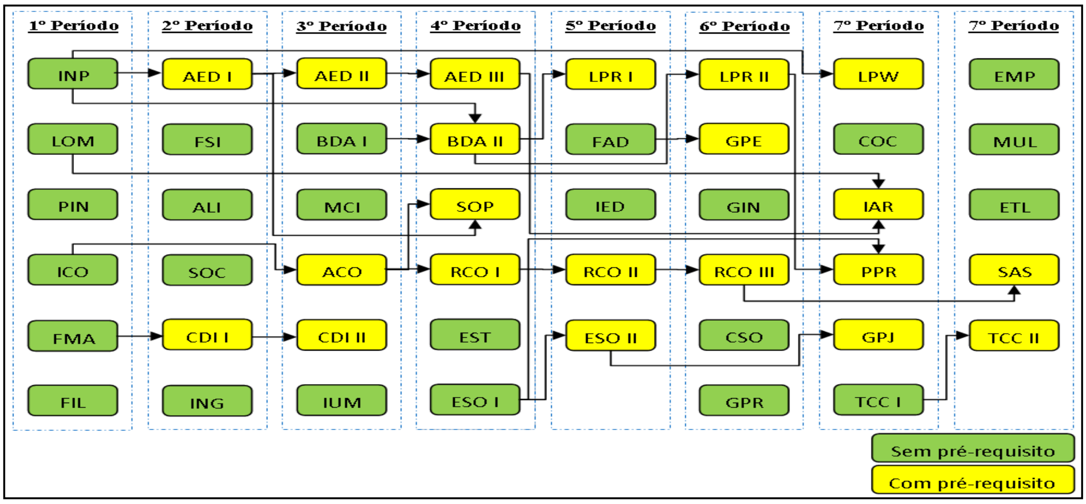
Atualmente, o IFMG-SJE oferece três cursos de nível técnico e quatro de nível superiores, quais sejam: Técnico em Nutrição, Técnico em Informática, Técnico em Agropecuária, Tecnologia em Silvicultura, Bacharelado em Sistemas de Informação, Licenciatura em Matemática e Bacharelado em Agronomia.

Na Figura 6, constata-se que os cursos superiores de Bacharelado em Sistemas de Informação e Licenciatura em Matemática iniciaram em 2010; já o curso de Bacharelado em Agronomia iniciou-se em 2011. Esses cursos fazem parte da análise desta pesquisa, que inicialmente se deu numa investigação nos Planos Pedagógicos Curriculares (PPC) dos cursos supracitados de 2011 a 2013. As perguntas que nortearam essa análise foram: *Qual a importância das disciplinas de Matemática e, sobretudo, das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral nos referidos cursos*? *Quais os índices de reprovação nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral*? Essas perguntas foram bases para a análise documental, visto que a intenção do pesquisador foi compreender o papel do Calculo Diferencial e Integral em cada um dos cursos.

5.2 AS DISCIPLINAS DE MATEMÁTICA NO CURSO DE BACHARELADO EM SISTEMAS DE INFORMAÇÃO

O curso de Bacharelado em Sistemas de Informação, de acordo com o PPC (2014, p. 18), tem como objetivo geral "oferecer uma formação sólida em automação e gestão dos sistemas de informação das organizações". Essa sólida formação está alicerçada em um tripé de competências e habilidades, quais sejam: "Competências de gestão"; "Competências tecnológicas"; "Competências humanas" (Ibid., 2014, p. 20). Para adquirir essas competências e habilidades, é preciso ser aprovado nas disciplinas de natureza obrigatória, com nota igual ou superior a 60%, apresentadas na Figura 8.

Figura 7 – Representação gráfica da integralização das disciplinas obrigatórias do curso 1



[11]Fonte: PPC (2014, p. 23).

[11] Destaca-se que na Figura 8, onde se lê **7° Período**, na última coluna do gráfico, lê-se **8° Período**.

As disciplinas de Matemática, como Fundamentos da Matemática (FMA), Lógica Matemática (LOM), Cálculo Diferencial e Integral I (CDI I), Álgebra Linear (ALI), Cálculo Diferencial e Integral II (CDI II) e Estatística Básica (EST), são disciplinas obrigatórias do curso e, de acordo com o PPC (2014, p. 73), assumem um papel interdisciplinar no curso, uma vez que o Cálculo e a Estatística Básica relacionam-se com disciplinas fundamentais do curso, como Introdução à Programação (INP), Algoritmos e Estruturas de Dados I (AED I) e Algoritmos e Estruturas de Dados II (AED II). As disciplinas LOM e Inteligência Artificial (IAR), juntas, podem conduzir ao uso da lógica para o desenvolvimento de técnicas de Inteligência Artificial. Daí percebe-se o importante papel das disciplinas de Matemática para a formação dos estudantes no curso de Bacharelado em Sistemas de Informação.

5.2.1 O Cálculo Diferencial e Integral no curso de Bacharelado em Sistemas de Informação

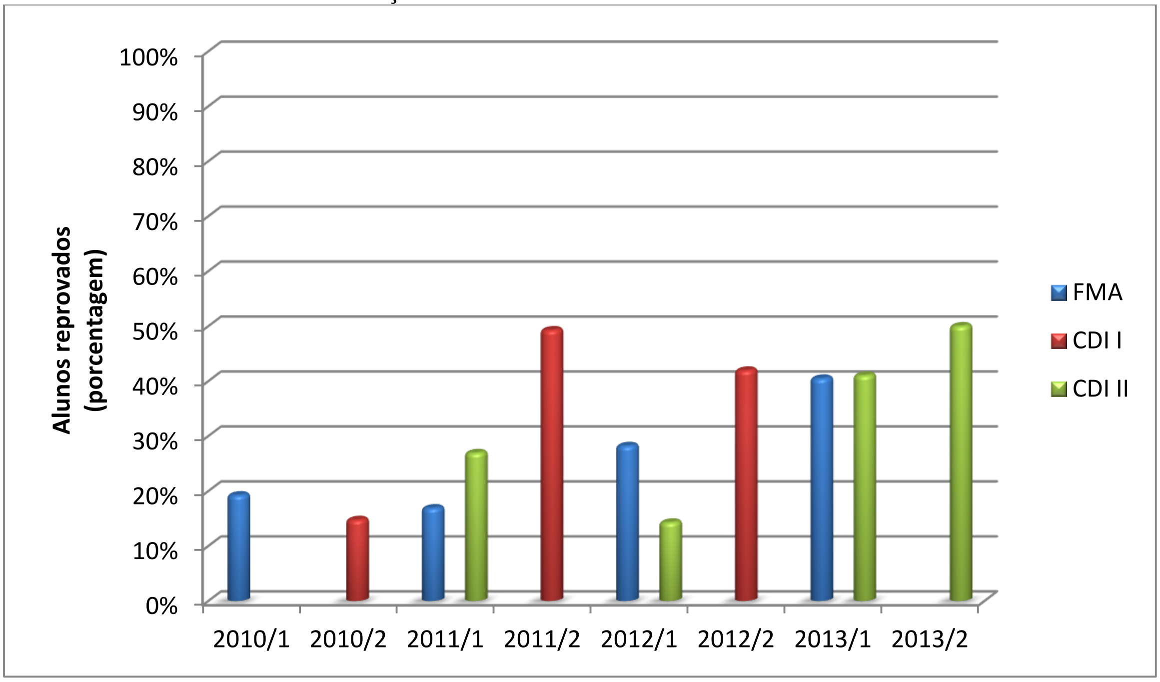
A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral no Curso de Bacharelado em Sistemas de Informação é dividida em duas disciplinas, a saber: CDI I e CDI II, enquanto que FMA é pré-requisito para CDI I como apresentado na Figura 7.

De acordo o ementário do PPC do curso, a disciplina de FMA tem como objetivo “desenvolver procedimentos de cálculo mental, escrito e exato, pela observação de regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados” (PPC, 2014, p. 32). Para desenvolver essas habilidades, é necessário que o estudante compreenda os conceitos e as propriedades das funções das elementares para com isso melhorar seu desempenho de matemática, ampliar a capacidade de raciocínio lógico que, sobretudo, contribua para seu futuro exercício profissional (Ibid., 2014, p. 33).

O CDI I e o CDI II procuram relacionar a linguagem matemática básica com os problemas de limite, derivada, continuidade, diferenciação, integrais e, sobretudo, a capacidade de relacionarem derivadas e integrais (Ibid., 2014, p. 35 e 41).

Apesar da importância da Matemática no curso de Sistemas de Informação, através dos dados levantados, percebe-se que a situação do Cálculo Diferencial e Integral como apresentada por Barufi (1999) e Rezende (2003) não está tão diferente no IFMG – *campus* São João Evangelista. Isso se pode perceber através do Gráfico 1, que apresenta o quanto os índices de reprovação nas disciplinas de FMA, CDI I e CDI II têm aumentado.

Gráfico 1 – Índices de alunos reprovados nas disciplinas de FMA, CDI I e CDI II no curso de Bacharelado em Sistemas de Informação



Fonte: Acervo do autor[12]

Como apresentado no gráfico, os índices de reprovados nas disciplinas de FMA nesse período têm aumentado cada vez mais. Ora, no ano de 2010/1, ano em que o curso iniciou, a reprovação em FMA foi 19,23%, no entanto, com o passar dos anos, esses índices vêm aumentando cada vez mais. Em 2013/1, por exemplo, a disciplina chegou a 40% e 47% de reprovação. Com as disciplinas de CDI I e CDI II, os dados mostram resultados preocupantes, pois, em 2013/1 e 2013/2, por exemplo, chegaram a 41,02% e 50% de reprovação, respectivamente.

5.3 AS DISCIPLINAS DE MATEMÁTICA NO CURSO DE BACHARELADO EM AGRONOMIA

O curso de Bacharelado em Agronomia, segundo o PPC (2014), tem como objetivo geral:

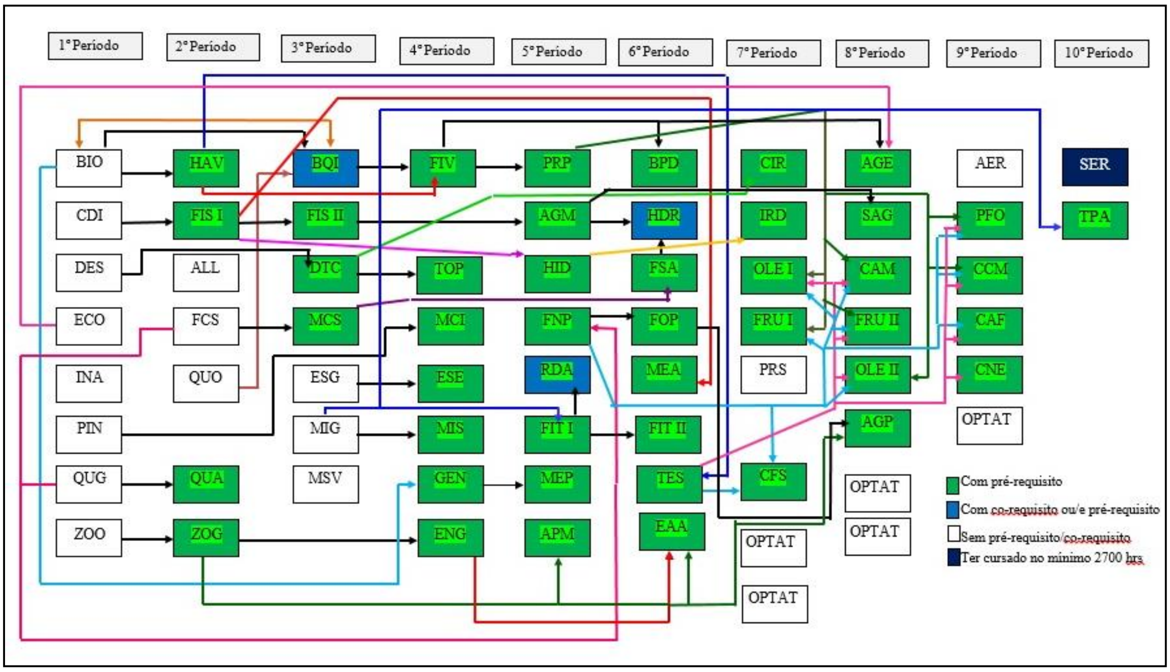
> […] formar Bacharéis em Agronomia que respeitem a fauna, a flora, o solo, o ar e a água, que através de sua sólida formação generalista usará a produção sustentável com inovação tecnológica nas áreas de Recursos Naturais, Extensão, Gestão Agrícola, Fitotecnia, Zootecnia, Ciências Florestais, Fitossanidade, Tecnologia de Alimentos e Engenharia Rural (PPC, 2014, p. 18).

[12] Como mencionado na Metodologia, esses dados foram obtidos juntos à Secretaria de Graduação e Pós-Graduação do IFMG – *campus* São João Evangelista.

Essa sólida formação, segundo o PPC (2014), está alicerçada em um tripé de competências e habilidades, quais sejam: habilidade técnica; habilidade administrativa; habilidade interpessoal. Para alcançar esse conjunto de competências e habilidades, o PPC do curso propõe que os estudantes concluam, obtendo nota igual ou superior a 60%, em no mínimo 10 semestres e no máximo 20 semestres, as disciplinas de natureza obrigatória apresentadas na Figura 8.

De acordo com o PPC (2014), os conteúdos curriculares do curso de Bacharelado em Agronomia são distribuídos em três núcleos determinados como: **núcleo de conteúdos básicos**; **núcleo de conteúdos profissionais essenciais**; **núcleo de conteúdos profissionais específicos**. Não foi encontrada no PPC apresentado pelo curso a importância/justificativa das disciplinas de Matemática como Cálculo Diferencial e Integral (CDI), Álgebra Linear (ALL), Estatística Geral (ESG) e Estatística Experimental (ESE) e as disciplinas de Física I (FS I), Física II (FS II) e outras, no entanto, segundo a Resolução CNE/CES n° 01/2006, as disciplinas supracitadas integram o **núcleo de conteúdos básicos**. Esse núcleo define que essas disciplinas compõem "[...] campos do saber que forneçam o embasamento teórico necessário para que o futuro profissional possa desenvolver seu aprendizado".

Figura 8 – Representação gráfica da integralização das disciplinas obrigatórias do curso 2



Fonte: PPC (2014, p. 23).

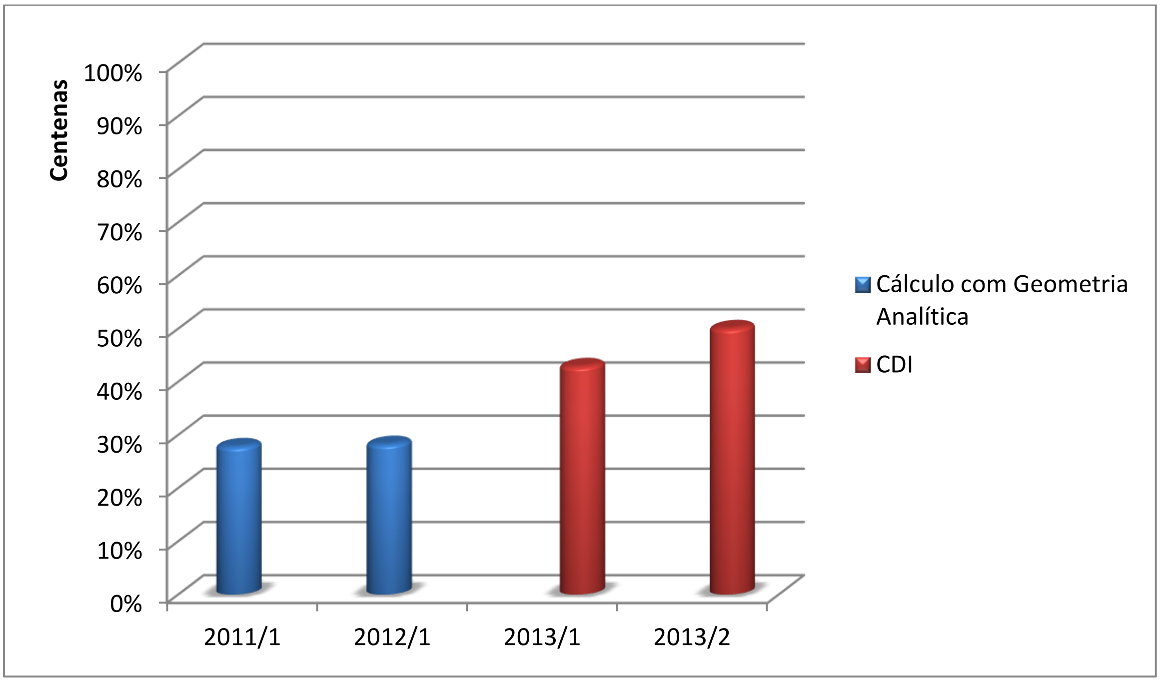
5.3.1 O Cálculo Diferencial e Integral no curso de Bacharelado em Agronomia

O Cálculo Diferencial e Integral no curso de Bacharelado em Agronomia, segundo o PPC (2014, p. 31), em linhas gerais, tem como objetivo "proporcionar ao estudante a oportunidade de apropriar-se dos conhecimentos de cálculo diferencial e integral, bem como aplicar seus conceitos em sua área de atuação e na resolução de problemas práticos". Esse objetivo está alicerçado na compreensão dos conceitos de limite, derivada e integral.

Os conceitos de limite e derivada procuram propiciar aos estudantes experiências práticas que envolvam variação de grandezas, como as taxas relacionadas, maximização e minimização de funções etc., e, sobretudo identificar a integral como uma ferramenta útil para o cálculo de áreas e volumes (Ibid., 2014, p. 31).

No entanto, apesar de o Cálculo Diferencial e Integral fazer parte do núcleo de conteúdos básicos e fornecer habilidades para o desenvolvimento do aprendizado do futuro engenheiro agrônomo, percebe-se um elevado e crescente índice de reprovação na referida disciplina. No Gráfico 2, apresentam-se os índices de reprovação nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral.

Gráfico 2 – Índices de alunos reprovados na disciplina de CDI I no curso de Bacharelado em Agronomia



Fonte: Acervo do autor.

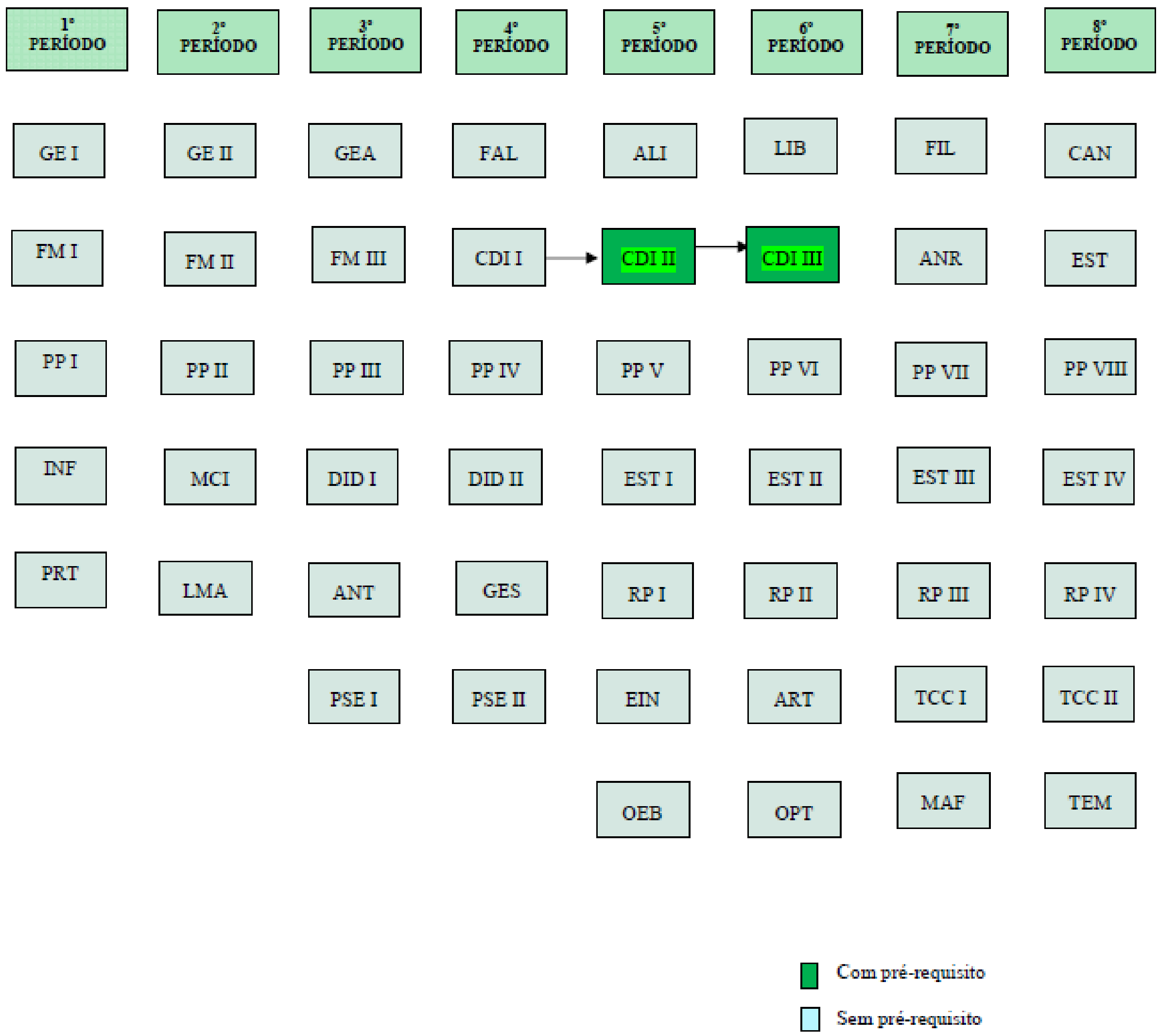
No curso de Bacharelado em Agronomia, os índices de reprovação são também muito preocupantes, visto que as disciplinas de CDI nunca estiveram abaixo de 27,7% de reprovação e no ano de 2013/1 e 2013/2 esta disciplina atingiu 42,8 % e 50 % de reprovação.

5.4 AS DISCIPLINAS DE MATEMÁTICA NO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

O curso de Licenciatura em Matemática, segundo o PPC (2013, p. 19), tem como objetivo geral "formar professores para o exercício do magistério na Educação Básica (séries finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio) em Matemática […]". Essa formação está alicerçada em um rol de competências e habilidades[13] que os egressos precisam adquirir ao longo do curso. De acordo com o documento, na página 21, essas competências e habilidades têm a finalidade de formar "profissionais com o perfil desejado". Dentre as 13 competências e habilidades propostas pelo PPC (2013), destacam-se as do pensamento heurístico que propicia aos alunos a capacidade e a habilidade de resolver e formular problemas, bem como a de argumentar e validar soluções. O PPC (2013, p. 21) ainda destaca que os alunos devem ser capazes de estabelecer uma "**visão histórica** e **crítica da Matemática** que favoreça a compreensão da importância relativa dos vários tópicos, tanto no interior da ciência como na promoção da aprendizagem significativa do estudante da escola básica" (grifo nosso). Para alcançar esse rol de competências e habilidades, os estudantes devem, em no mínimo 8 semestres e no máximo 14 semestres, concluir, obtendo aproveitamento igual ou superior a 60%, as disciplinas de natureza obrigatória apresentadas pelo PPC do curso na figura a seguir.

[13] Essas competências e habilidade podem ser vistas no PPC (2013, p. 21).

Figura 9 – Representação gráfica da integralização das disciplinas obrigatórias do curso 3



Fonte: PPC (2013, p.23).

Cabe aqui ressaltar que a representação gráfica de integralização das disciplinas do curso sofreu algumas mudanças no ano de 2011 e 2012. As disciplinas de Fundamentos da Matemática I, II e III (FM I, FM II e FM III), por exemplo, eram pré-requisitos para a Disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I (CDI I), sendo FM I pré-requisito para FM II, e FM II pré-requisito para CD I, considerando que FM II também era pré-requisito para a disciplina de FM III, correquisito e concomitante para CD I. Essa é uma informação importante, visto que a partir do ano de 2012 foram modificados os pré-requisitos das disciplinas de FM I, FM II e FM III, como se observa na Figura 9.

Segundo o PPC (2013), as disciplinas de Fundamentos da Matemática I, II e III (FM I, FM II e FM III) assumem um papel importante na grade curricular do curso, visto que ambas são disciplinas de "nivelamento", e, em seu contexto mais amplo, buscam estreitar a proximidade dos estudantes com a linguagem matemática do curso, buscando revisar conceitos da Matemática do Ensino Fundamental e do Ensino Médio (Ibid., 2013, p. 93). Essas disciplinas, de conteúdos específicos como as de Cálculo, Álgebra, Análise etc., "[…] buscam desenvolver competências fundamentais à **formação docente** na perspectiva de aprimorar seus conhecimentos e suas respectivas metodologias de aprendizagem" (Ibid., 2013, p. 94, grifo nosso), ou seja, essas disciplinas, juntas, são fundamentais para a formação do futuro professor.

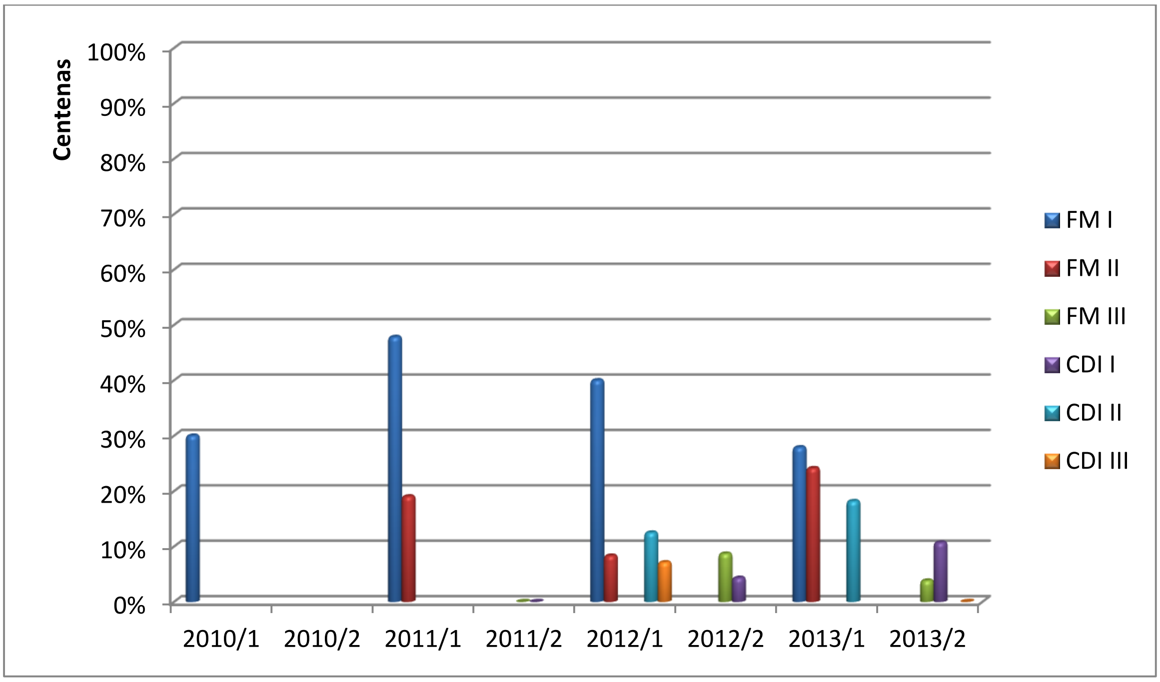
5.4.1 O Cálculo Diferencial e Integral no curso de Licenciatura em Matemática

Antes de conhecer a estrutura das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, é importante ressaltar sobre as disciplinas de Fundamentos da Matemática, uma vez que ela exerce um caráter "nivelador". Esse caráter integrador e "nivelador" das disciplinas de Fundamentos de Matemática tem refletido positivamente nas disciplinas de CDI I, CDI II e CDI III, principalmente no que se refere aos índices de reprovação que são bem inferiores aos apresentados.

As disciplinas de Fundamentos da Matemática, segundo o PPC (2014, p. 30), buscam, em seu contexto mais amplo, "capacitar o aluno a aplicar os fundamentos da matemática discreta, suas principais relações e operações na solução de problemas". Nessa capacitação, o aluno precisa desenvolver habilidades de demonstração e compreensão, em que ele precisa ser capaz de compreender teoremas e demonstrá-los. Em Fundamentos da Matemática, são apresentados aos estudantes noções de conjuntos, conjuntos numéricos, potenciação, radiciação, expressões numéricas, produtos notáveis, sistemas de equações do 1º e 2º graus, proporcionalidade e regra de três, unidades de medidas e suas relações, relações, funções (linear, quadrática, modular, exponencial, logarítmica e trigonometrias), números complexos, polinômios e suas operações.

No Gráfico 3, inicialmente, é possível perceber as influências que as disciplinas de Fundamentos exercem sob os índices de Cálculo Diferencial e Integral, que, por sua vez, busca, em linhas gerais, apresentar ao aluno os conceitos de limite, continuidade, derivada e integral, bem como suas relações e aplicabilidades.

Gráfico 3 – Índices de alunos reprovados nas disciplinas de FM I, FM II, FM III, CDI I, CDI II e CDI III de Licenciatura em Matemática



Fonte: Acervo do autor

Apesar de essas informações serem mais discutidas em 3.5.1, percebe-se que os maiores índices de reprovação concentram-se em FM I, FM II e FM III, que estão, respectivamente, entre 27,9 % a 47,8 %, 8,33 % a 24,3%, e 0 % a 10,71 %. É fácil perceber que, ao longo desse período, os índices de reprovação vão diminuindo. Com isso, pode-se concluir precocemente que os estudantes que passam pelas disciplinas de Fundamentos da Matemática chegam nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral mais "preparados", visto que o maior índice de reprovação entre as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral situou-se em 2013/1 em CDI II com 18,18%.

5.5 ÍNDICES DE REPROVAÇÃO EM OUTRAS INSTITUIÇÕES

Apesar da importância do Cálculo Diferencial e Integral, pôde-se perceber que no IFMG –*campus* São João Evangelista os índices de reprovação são alarmantes. No entanto esses índices não ocorrem apenas nesta instituição.

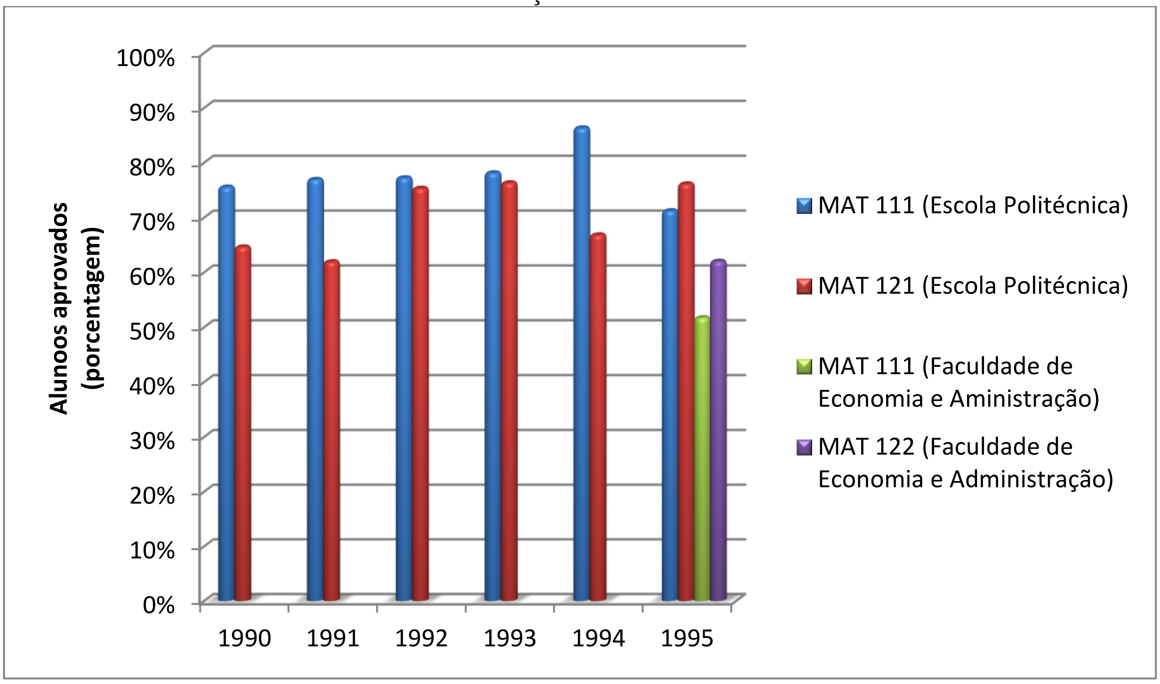
Em pesquisas como Barufi (1999), Rezende (2003) e Vieira (2013) é possível observar que esses índices de não aprovação ocorrem em outras instituições. Rezende (2003) ainda destaca que se for investigado a origem histórica destas dificuldades será possível notar que seu início se deu quando se começou a ensinar Cálculo Diferencial e Integral.

Na tese de Doutorado, realizada na USP, Barufi (1999) apresenta alguns índices preocupantes, dentre os quais destacam-se os dados das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral I (MAT 111), Cálculo Diferencial e Integral II (MAT 121) da Escola Politécnica, da Faculdade de Economia e Administração, do Instituto de Física, do Instituto de Geociências e do Instituto de Matemática e Estatística entre os anos de 1990 a 1995.

5.5.1 A Escola Politécnica e a Faculdade de Economia e Administração

As disciplinas de MAT 111 e MAT 121 foram ofertadas na Escola Politécnica nos primeiros e segundos semestres dos anos de 1990 a 1995 (BARUFI, 1999, p. 171). Na Faculdade de Economia e Administração MAT 111 e MAT 121, só passaram a ser ofertadas no ano de 1995 (Ibid., 1999, p. 173). No Gráfico 4, são apresentados os índices de alunos aprovados durante esses anos nas disciplinas de MAT 111 e MAT 121 na Escola Politécnica e na Faculdade de Economia e Administração.

Gráfico 4 – Índice de alunos aprovados nas disciplinas MAT 111 e MAT 121 na Escola Politécnica e na Faculdade de Economia e Administração



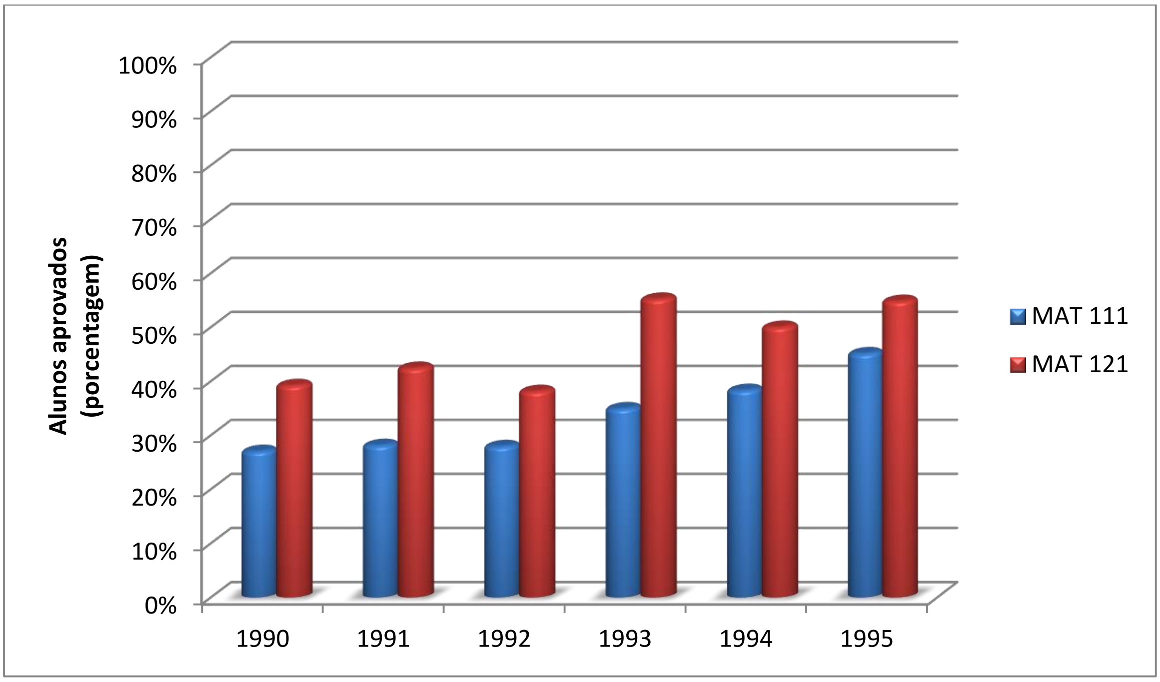
Fonte: Barufi (1999, p. 171 e 173).

De acordo com dados apresentados no Gráfico 4, fornecidos por Barufi (1999, p. 171), os índices de reprovação na Escola Politécnica do ano de 1990 a 1995 nas disciplinas de MAT 111 estiveram entre 13,7% e 28,8%, nas disciplinas de MAT 121 os números de reprovados estiveram entre 23,5% e 38,1%. No entanto, em 1995 na Faculdade de Economia e Administração, foram reprovados 48,3% em MAT 111 e 38% em MAT 121, ou seja, a reprovação esteve em torno de 13,7% a 48,3%.

5.5.2 O Instituto de Física

No Instituto de Física da USP, de acordo com os anexos apresentados por Barufi (1999), as disciplinas MAT 111 e MAT 121 foram ofertadas nos primeiros e segundos semestres, respectivamente, nos anos de 1990 a 1995. No Gráfico 5, apresentam-se os índices de alunos aprovados em MAT 111 e MAT 121, de acordo os dados do Instituto de Física (BARUFI, 1999, p. 175).

Gráfico 5 – Índices de alunos aprovados nas disciplinas de MAT 111 e MAT 121 no Instituto de Física



Fonte: Barufi (1999).

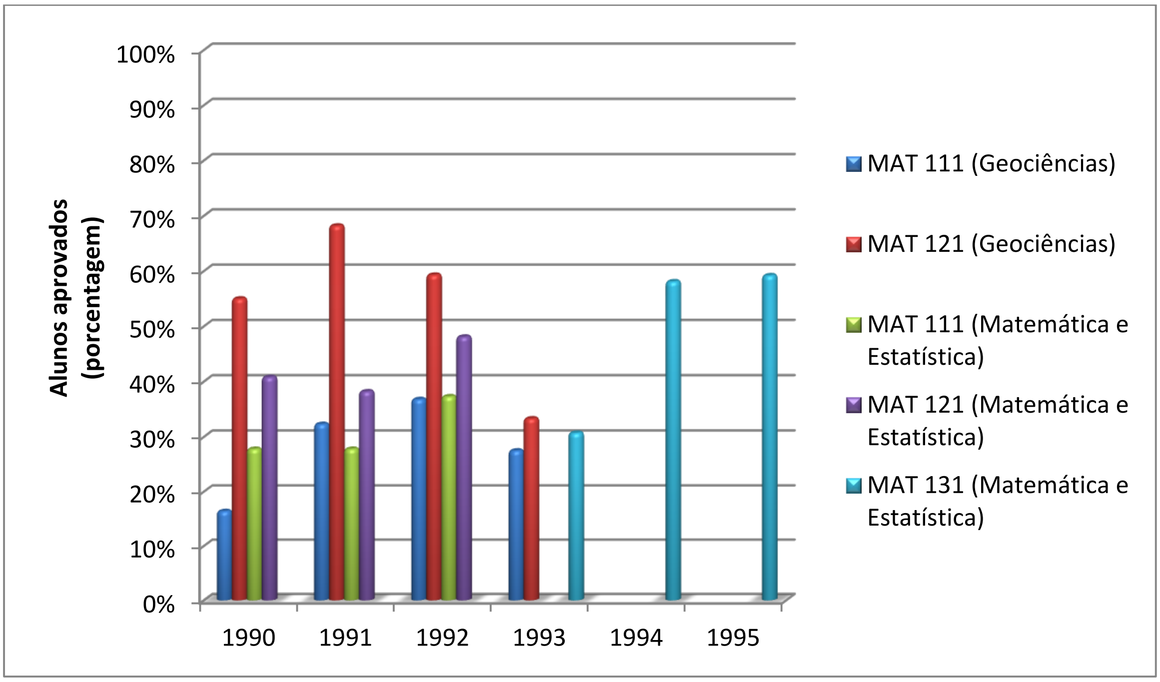
Como se pode perceber, nas disciplinas de MAT 111 ofertadas no 1° semestre atingiu-se índice de reprovação de 73%, sendo que o menor índice de reprovação foi no ano de 1995, com 54,9%, ou seja, durante esses anos não se aprovaram mais que 54%. Nas disciplinas de MAT 121 ofertadas no 2° semestre, também não é muito diferente, pois, em 1992, houve um índice de reprovação de 61,9%, e o menor índice de reprovados foi no ano de 1993, com 44,8%, ou seja, na disciplina de MAT 121 não se aprovou mais que 55%. Cabe ressaltar que as disciplinas de Cálculo I para Licenciatura (MAT 104) e Cálculo II para Licenciatura (MAT

133) não apresentadas no gráfico, também não possuem índices inferiores aos apresentados, pois as disciplinas de MAT 104 os índices de reprovação estão entre 41,8% e 64,9% e as disciplinas de MAT 133 os índices de reprovação estão entre 27,8% e 38,1%.

5.5.3 O Instituto de Geociências e o Instituto de Matemática e Estatística

Nos dados apresentados por Barufi em sua tese, as disciplinas de MAT 111 e MAT 121, ofertadas no período de 1990 a 1993, no Instituto de Geociências, obtiveram um índice de reprovação assustador. Como se não bastasse, as disciplinas de MAT 111, MAT 121, ofertadas no período de 1990 a 1992, e Cálculo Diferencial e Integral (MAT 131), ofertada no período de 1993 a 1995, no Instituto de Matemática e Estatística, não alcançaram 40%, 50% e 60%, respectivamente, de aprovação como pode ser visto no Gráfico 6.

Gráfico 6 – Índices de alunos aprovados nas disciplinas de MAT 111 e MAT 121 no Instituto de Geociências e no Instituto de Matemática e Estatística



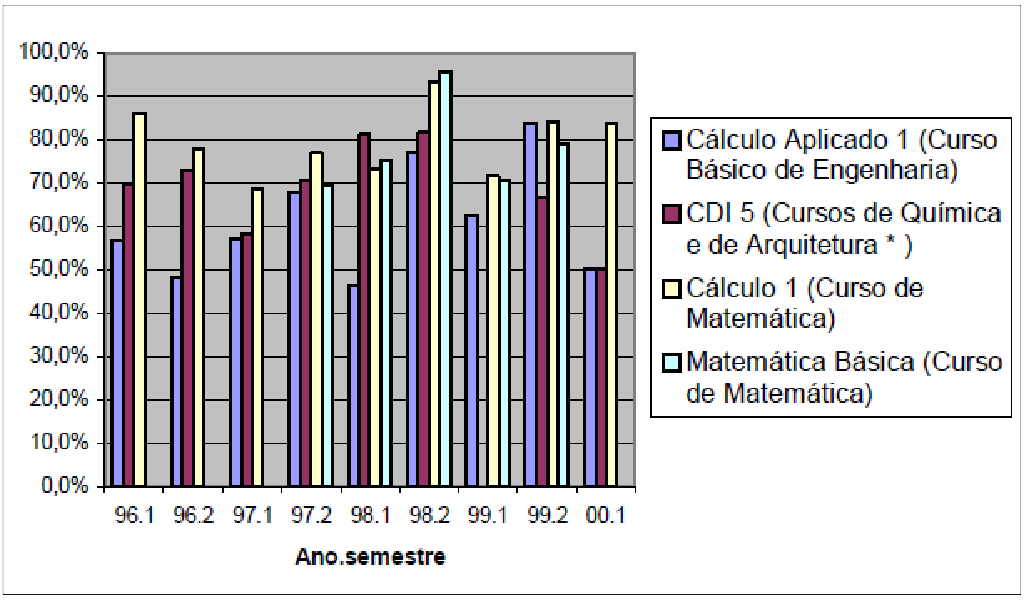
Fonte: Barufi (1999, p. 176-177).

Os índices de reprovados nas disciplinas de MAT 111, no Instituto de Geociências, estão entre 63,2% e 83,6%, e nas disciplinas de MAT 121 os índices de reprovados ficaram entre 31,8% e 66,7%. O “fracasso” das disciplinas no Instituto de Matemática e Estatística não foi tão diferente, pois os índices de reprovação nas disciplinas de MAT 111 não ficaram inferiores a 62,7%. E nas disciplinas de MAT 121 esses índices também não foram inferiores a 51,9%. No ano de 1993, com o intuito de reduzir esses índices alarmantes, o Instituto de Matemática e Estatística fez das disciplinas de MAT 111 e MAT 121, ofertadas semestralmente, uma disciplina anual chamada de Cálculo Diferencial e Integral (MAT 131). Essa atitude não foi o bastante, visto que os índices de reprovação estiveram entre 41,9% e 69,3%.

5.5.4 O Cálculo Diferencial e Integral na UFF

Corroborando com os dados apresentados por Barufi (1999), Rezende (2003), em sua tese de Doutorado *O ensino de Cálculo: Dificuldades de natureza epistemológica*, apresentou em um gráfico a realidade do Cálculo na UFF. De acordo com a Figura 10, pode-se perceber que os índices de não aprovação nas disciplinas de Cálculo Aplicado 1 estiveram entre 40% e 90%, nas disciplinas de CDI 5 nunca foram inferiores a 50%. O que chama mais a atenção são as disciplinas de Cálculo 1 e Matemática Básica oferecidas no curso de Matemática, nas quais os índices atingidos nunca foram menores que 70% entre os anos de 1997 a 1999.

Figura 10 – Índices de não aprovação em Cálculo na UFF



Fonte: Rezende (2003, p. 2).

Observando esses índices de não aprovação no IFMG – *campus* São João Evangelista apresentados pelo pesquisador e os índices nas pesquisas de Barufi (1999) e Rezende (2003), o pesquisador se propôs a compreender no “dizer” dos entrevistados quais os possíveis indicativos destas reprovações e das dificuldades apresentadas no processo de ensino-aprendizagem.

5.6 AS DIFICULDADES NO ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL – CONVERGÊNCIAS E DIVERGÊNCIAS DAS ENTREVISTAS

Em virtude destes índices de reprovação, pesquisadores da Educação Matemática têm discutido sobre diversas dificuldades no ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Dentre eles, destacam-se os visitados por essa pesquisa como Sad (1998), Barufi (1999), Rezende (2003) e Vieira (2013).

No primeiro questionamento da entrevista, os professores justificam que os altos índices de reprovação em Cálculo Diferencial e Integral apresentados aqui se dão, na maioria das vezes, devido às dificuldades apresentadas pelos alunos no que diz respeito à formação no ensino fundamental e no ensino médio do aluno, o que é chamado pelos entrevistados por falta de "*base*", algumas vezes chamada de "*deficiências*". Dionísio coloca em pauta que "*temos uma educação básica apoiada na aprovação automática*", "*professores **despreparados** ou desmotivados*" e "*escolas sem recursos para aumentar a tecnologia em suas aulas*". Seria despreparo ou desmotivação? Ainda que a resposta desse questionamento não seja objetivo para esta pesquisa, Vieira (2013) considera a escola como um "palco de exibição", em que, atrás das cortinas desse palco, "[...] o professor ocupa o centro deste processo e que, para a existência da aprendizagem, basta que o aluno **reproduza** o que lhe foi transmitido" (VIEIRA, 2013, p.18). Para o autor (2013, p. 18), "[...] as escolas brasileiras sustentam a ideia de que o professor, agente do processo educativo, ensina, transmite aos alunos o seu conhecimento e estes, passivamente o **memorizam**".

Rezende (2003, p. 310, grifo nosso), ao discutir a tese de Reis (2001), realça a fala em que Djairo "[...] reserva à **intuição** o papel da descoberta dos resultados matemáticos [...]". Cabe, então, fazer um pertinente questionamento: seria o ensino de Cálculo Diferencial e Integral um processo de memorização ou de intuição? Antes de responder a esse questionamento, para Rezende (2003) é preciso, inicialmente, compreender qual a importância de ensinar Cálculo para determinado público, e o que se pretende ensinando-o, pois, "[…] se estamos preocupados apenas com o treinamento algébrico e sintático de seus resultados, subordinando os objetivos de seu ensino aos da disciplina de Análise real […], podemos dizer que estamos no caminho certo" (REZENDE, 2003, p. 305-306), no entanto, "[…] se com o ensino de Cálculo pretendermos que os alunos apreendam suas ideias básicas, suas **redes de significados** e relações com o conhecimento científico e outros domínios da matemática [...] a resposta será negativa" (Ibid., 2003, p. 306, grifo nosso). Essas redes de significado para Dionísio e Hestia não é uma tarefa muito fácil, visto que "a *matemática não trabalha com esta perspectiva. A Matemática trata a matemática pela Matemática*". Essa perspectiva fica clara quando Zeus esclarece que "*o Cálculo é uma ferramenta para resolver problemas de Matemática*". Seria este um problema metodológico? Nesse sentido Vieira (2013) acredita que um dos problemas no ensino de Cálculo situa na "formação do professor", que ainda ocupa sua posição "autoritária".

Rezende (2003) defende que estas dificuldades no ensino de Cálculo são de natureza epistemológica e que é preciso dar espaço à intuição do aluno, levá-lo a intuir resultados, pois "não adianta dizer que o fracasso no ensino de Cálculo Diferencial e Integral é oriundo apenas de problemas na formação no Ensino Médio que, por conseguinte, ocorre de uma falha do Ensino Fundamental" (VIEIRA, 2013, p. 27), visto que tal atitude é uma "[...] postura confortável para quem a toma, pois pressupõe a isenção de qualquer responsabilidade atual [...]" (Ibid., 2013, p. 27).

Portanto, traz-se aqui o questionamento de Rezende (2003): "qual deve ser o elemento **motivador** do processo de ensino: o problema que é a fonte do resultado que se quer **intuir** ou o resultado, já finalizado e enunciado em forma de teorema?" (REZENDE, 2003, p. 311-312, grifo nosso). Daí levanta-se o seguinte questionamento: Qual significado tem o Cálculo Diferencial e Integral para os alunos? Se a "*Matemática trata a matemática pela Matemática*", como menciona Dionísio, e que os alunos "*não conseguem relacioná-la com o seu cotidiano*", como expõe Apolo, esse Cálculo ocupa um espaço de treinamento algébrico, em que a conceituação, a manipulação e as aplicações estão dissociadas do processo de ensino, conforme é apresentado por Rezende (2003) e Vieira (2013).

Nas falas dos professores entrevistados, observou-se forte tendência para o uso de *softwares* para plotar gráficos, discutir funções no ensino de Cálculo, como o Modellus, Winplot, VCN e Geogebra, o que se considera um grande avanço, como sustentado por Vieira (2013). Porém, resolver esses problemas, ou sanar estas dificuldades, não é uma tarefa fácil e para "hoje" e muito menos para esta pesquisa; é preciso discutir e conhecer novas possibilidades pedagógicas para romper com o que Vieira (2013) chama de ensino tradicional, baseado na "memorização" e "mecanização", pois "não é possível imaginar hoje o ensino de Matemática pautado por estas duas características" (VIEIRA, 2013, p. 25), uma vez que "a existência da Matemática, da Física, da língua mãe, e das diversas ciências na escola é uma consequência de sua presença na sociedade [...]" (Ibid., 2013, p. 29), sociedade que vive o que Vieira (2013) chama de "síndrome de Raul Seixas", pautada na constante mudança, ou seja, é preciso estabelecer um processo dialético no processo pedagógico e não pautar-se num senso comum pedagógico.

Neste momento de repensar o processo pedagógico e investigar as razões de usar determinada proposta pedagógica como propõe Vieira (2013), pergunta-se: como minimizar as dificuldades apresentadas pelos alunos? Quais as possibilidades e os limites de utilizar a História da Matemática como recurso didático no processo de ensinar Cálculo Diferencial e Integral? Para tanto, é preciso, na fala de Vieira (2013), investigar as razões de utilizá-la e o momento certo de usá-la. "**O simples caráter motivador não deveria ser a única razão a justificar o uso de tais procedimentos**." (Ibid., 2013, p. 29, grifo nosso).

Em se tratando da utilização da História da Matemática como recurso didático para ensinar Cálculo Diferencial e Integral, Ribeiro (2010) conclui, em sua dissertação apresentada na Unesp-Rio Claro, que é possível construir uma proposta pedagógica para ensinar Cálculo Diferencial e Integral recorrendo à História da Matemática. Na tese apresentada na Faculdade de Educação da USP, o professor Antônio Carlos Brolezzi também defende o ensino de Cálculo Diferencial e Integral recorrendo à História da Matemática. Para alguns pesquisadores, esse potencial da História da Matemática "leva à ideia de que a matemática não é uma sequência de capítulos distintos [...] mas é uma atividade de mover-se entre as diferentes formas de pensar sobre conceitos e ferramentas matemáticas" (BARBIN et al., 2002, p. 64, tradução nossa) e, sobretudo, descobrir o valor da **intuição**, pois, de acordo com Nobre (1996, p. 31, grifo nosso), ao "invés de se ensinar a praticidade dos conteúdos escolares é preciso investir na fundamentação deles e, em vez de se ensinar o **para quê**, é preciso ensinar o **porquê** das coisas".

Além desses apontamentos, Mota, Ralha e Estrada (2013, p. 2048), em uma recente pesquisa apresentada no VIII Congress of European Research in Mathematics Education (CERME)[14], proveniente de uma tese de Doutorado, relatam um experimento em Portugal, que apresentou os benefícios de ensinar conceitos de Cálculo Diferencial recorrendo a *original sources*, expressão usada constantemente nas pesquisas internacionais que recorrem à História da Matemática, traduzida por fontes originais. As autoras, na conclusão de sua pesquisa, destacam, com convicção, que o contato com a evolução histórica do conceito de derivadas permitiu que os alunos compreendessem-na totalmente.

[14] Aconteceu em Antalya, Turquia, de 6 a 10 de fevereiro de 2013, o próximo está previsto para acontecer em Praga na República Checa, de 4 a 8 de fevereiro de 2015.

6 UMA SUGESTÃO PEDAGÓGICA PARA ENSINAR CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Levando em consideração o caráter motivador, dialético e unificador da História da Matemática, Brolezzi (1999) acredita que é possível ensinar Cálculo Diferencial e Integral apropriando-se desse recurso didático e, através dos problemas fundantes do Cálculo, encaminhar os estudantes à intuição dos conceitos atuais.

Uma interessante proposta para realizar este processo, apresentada por Brolezzi (1996, 1999), é a utilização das descobertas na Grécia Antiga, ou seja, os infinitésimos de Demócrito, os paradoxos de Zeno, o método de exaustão de Eudoxo e o cálculo da área sob a parábola por Arquimedes.

Relacionando-se com as contribuições matemáticas de Eudoxo e Arquimedes apresentadas no texto, segue uma sugestão para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral. No entanto, cabe ressaltar que não é objetivo desta pesquisa apresentar um modelo pronto[15] para essa relação, e sim uma sugestão de como poderia ser feito.

6.1 O MÉTODO DE EXAUSTÃO DE EUDOXO

Como destacado em 3.2.2.1, Eudoxo, mesmo desconhecendo os infinitésimos, realizou diversas contribuições para o que hoje é chamado de Cálculo Diferencial e Integral. Dentre essas contribuições, destacam-se o método de exaustão, que se relaciona intimamente com o que conhecemos de limite.

Segundo Boyer (1974, p. 67), a proposição, chamada de propriedade de exaustão, que dava base ao método de exaustão de Eudoxo, baseava-se da seguinte maneira: "*Se de uma grandeza qualquer subtrairmos uma parte não menor que sua metade e do resto novamente subtrair-se não menos que a metade e se esse processo de subtração é continuado, finalmente restará uma grandeza menor que qualquer grandeza de mesma espécie*".

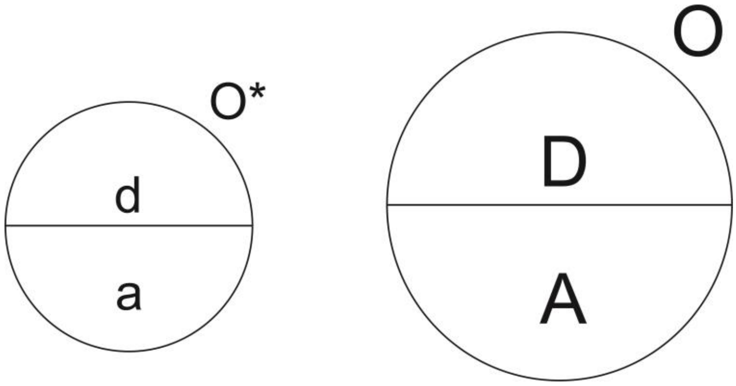
De acordo com Brolezzi (1996), um bom exemplo de relacionar essa proposição à noção de limite pode ser feito utilizando o procedimento geométrico, demonstrando a proporção entre as áreas e os diâmetros, ou seja, considerando duas circunferências O e O^*, tal que O possui área (A) e diâmetro (D) e O^* possui área (a) e diâmetro (d), é possível obter a seguinte proporção:

---

[15] Aos interessados, é possível encontrar uma proposta pedagógica completa para o ensino de Cálculo Integral na dissertação de Ribeiro (2010).

$$a\colon A :: d^2\colon D^2$$

Figura 11 – Representação geométrica de O e O^*



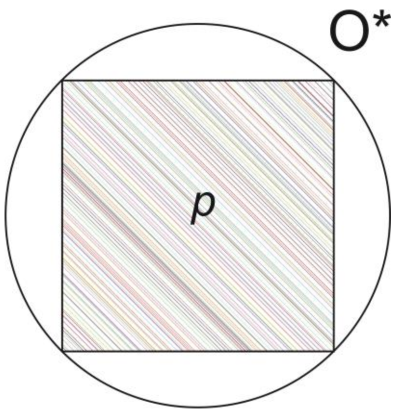
[16] Fonte: Adaptação do autor na figura de Brolezzi (1996).

Segundo Boyer (1974), para demonstrar essa proporção é preciso mostrar que $\frac{a}{A} < \frac{d}{D^2}$ e que $\frac{a}{A} > \frac{d}{D^2}$ são possibilidade falsas. Para tanto é utilizado a demonstração por absurdo.

Fazendo desse modo, tem-se primeiro que se $\frac{a}{A} < \frac{d}{D^2}$ então existe $a' < a$ tal que $\frac{a'}{A} = \frac{d}{D^2}$, ou seja, segundo Brolezzi (1996, p. 27) "se a' for *menor* que a, então no círculo de área a podemos inscrever um polígono de área p tal que p seja *maior* que a' e *menor* que a.".

Para ilustrar esse processo, suponha que o polígono de área p seja um quadrado como mostra na Figura 12:

Figura 12 – Inscrição de um polígono p no círculo de área a



Fonte: Acervo do autor.

---

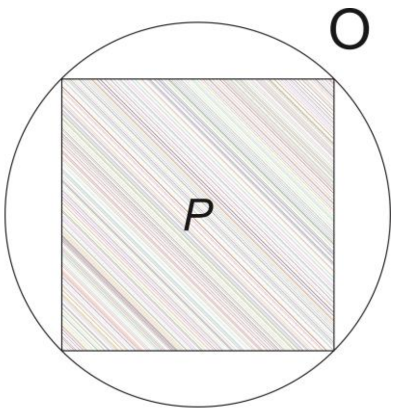
[16] O símbolo :: na linguagem matemática atual significa igual ou $(=)$ e o símbolo: significa razão, ou seja, a está para A ou $\left(\frac{a}{A}\right)$.

Boyer (1974) destaca que seja a grandeza prefixada $a - a'$ então $\varepsilon > 0$.

Se no círculo O^* for inscrito um polígono de área P com o mesmo número de lados do polígono de área p onde é consideradas as áreas intermediárias, ou seja, as áreas fora dos polígonos, porém dentro do círculo (Figura 12).

Ou seja, se P é a área de um polígono semelhante inscrito no círculo O (Figura 3), então sabemos que $p: P :: d^2: D^2 :: a': A$. No entanto $p > a'$ então $P > A$. Logo, isso nos leva a um absurdo, pois o polígono está inscrito no círculo e não pode ter área maior que ele. Esta demonstração pode ser utilizada para mostrar que a suposição $a' > a$ também é um absurdo, ou seja, a única possibilidade verdadeira é $a: A :: d^2: D^2$ (BROLEZZI, 1996).

Figura 13 – Inscrição de um polígono P no círculo de área A



Fonte: Acervo do autor.

É possível notar aqui, no método de exaustão, que, ainda que o polígono não coincida com a circunferência, pode-se ter uma diferença *tão pequena* quanto se quiser quando aumenta-se o número de lados do polígono inscrito. Essa noção, intuitivamente relaciona-se com a ideia de limites.

Segundo Brolezzi (1996, p. 27), ao considerar as áreas dos polígonos inscritos como uma “sequência infinita $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n, \dots$, teríamos um limite C tal que, dado qualquer número positivo ε, podemos encontrar um outro inteiro positivo N, tal que para $n > N$”. Com isso, é possível demonstrar que:

$$C - Pn < \varepsilon$$

Segundo Brolezzi (2006, p. 28, grifo nosso), os limites são trabalhados de forma mecânica, ou seja, ao ensinar “limites não se faz uso de noções **intuitivas** de área, [...] que ilustrem o que está acontecendo em cada passo”.

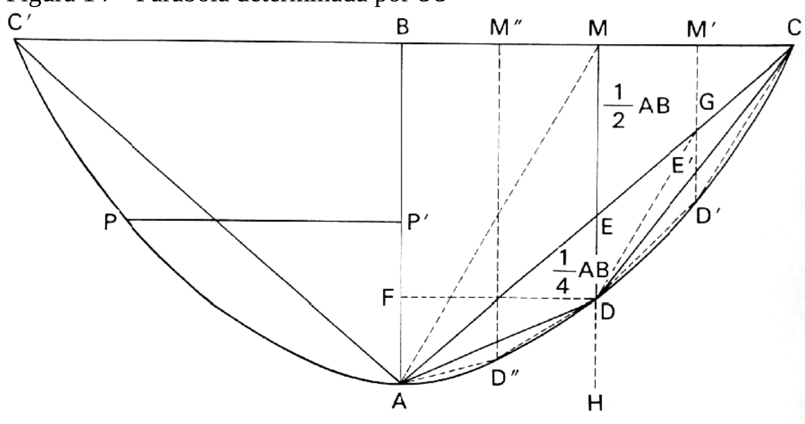
Nesse aspecto, pode-se perceber a História da Matemática como instrumento de justificação dos “porquês”, como apresenta Miguel (1993), e de intuição.

6.2 ARQUIMEDES E O CÁLCULO DA ÁREA

Conforme mencionado em 3.2.2.2, Arquimedes de Siracusa utilizou-se do método de exaustão de Eudoxo para encontrar a quadratura da parábola, hoje conhecido como Cálculo Integral, no qual, segundo Pedroso (2009, p. 122), ele descobre que a “área de um segmento parabólico é $\frac{4}{3}$ da área do triângulo inscrito de mesma base e altura”. Essa se dá numa sugestão de introduzir os conceitos de Integral.

Nesse processo, segundo Pedroso (2009), Arquimedes supôs que uma porção de parábola determinada por CC', que possui o eixo AB perpendicular, tal que AP' seja proporcional a $(PP')^2$. Segundo Pedroso (2009, p. 122), “Arquimedes mostrou que essa porção de parábola é $\frac{4}{3}$ da área do triângulo $C'AC$, o que equivale a dizer que a área limitada por AB, BC, e a parábola é $\frac{4}{3}$ da área do triângulo ABC” (Figura 14).

Figura 14 – Parábola determinada por CC'



Fonte: Pedroso (2009, p. 122).

Arquimedes, somou a área dos triângulos ADC e ABC, onde D é o ponto de uma das paralelas de AB, onde M é ponto médio de BC. Nesse processo, mostra-se que $ADC = \frac{1}{4}ABC$.

Em continuidade ao processo, foram construídas paralelas a AB por M' e M'', que são pontos médios de D' e D'', respectivamente, que levou a Arquimedes mostrar que

$$AD''D + DD' = \frac{1}{4}ADC = \frac{1}{4^2}ABC.$$

Realizando esse processo por exaustão, de acordo com Pedroso (2009) é possível concluir que a área parabólica é dada aproximadamente por

$$ABC + \frac{1}{4}ABC + \frac{1}{4^2}ABC + \cdots + \frac{1}{4^n}ABC$$

Aaboe (2013) menciona que esse tipo de problema está intimamente relacionado com o que é chamado de integração, e acredita que a “utilidade de tais raciocínios está ligado ao processo de intuição que, posteriormente, favorece no processo de generalizações. Além disso, acredita-se que o

> estudo da Matemática grega mostra como as ideias originais do cálculo têm início em considerações que envolvem tanto noções de grandezas discretas quanto de grandezas contínuas, servindo ambas para se chegar aos resultados do Cálculo (BROLEZZI, 1996, p. 29).

Contudo, percebe-se que ensinar Cálculo Diferencial e Integral, valendo-se da História da Matemática como recurso didático, pode contribuir no ensino e, sobretudo, no processo intuitivo do aluno, podendo, segundo Miguel (1993), formalizar conceitos, explicar “porquês” e desmistificar a Matemática.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante todo o trabalho, o pesquisador esteve orientado pela pergunta "*Quais as possibilidades e as limitações do uso da História da Matemática como recurso didático para se ensinar Cálculo Diferencial e Integral e como utilizar este recurso para ensinar Cálculo Diferencial e Integral?*". Foi utilizada a pesquisa qualitativa, a qual buscou justificar-se a necessidade de repensar o ensino de Cálculo Diferencial e Integral nos índices de não aprovação dos cursos de Bacharel em Sistemas de Informação, Bacharel em Agronomia e Licenciatura em Matemática e de índices de outras instituições apresentados por outros pesquisadores . Com o objetivo de compreender quais as possíveis dificuldades no ensino de Cálculo Diferencial e Integral no IFMG – *campus* São João Evangelista, realizou-se uma entrevista baseada nas considerações de Goldenberg (2004) e Duarte (2002) como os professores de Cálculo Diferencial e Integral.

Apesar de não serem iguais aos índices das pesquisas de Barufi (1999) e Rezende (2003), percebeu-se que as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral no IFMG – *campus* São João Evangelista possuem índices alarmantes, levando em consideração o número de alunos matriculados, a idade do curso e a proposta curricular.

O "dizer" dos sujeitos entrevistados permitiram verificar que, em um primeiro momento, apesar do Cálculo Diferencial e Integral ser uma disciplina "dinâmica", como menciona Stewart (2004), os alunos possuem algumas "deficiências" no que diz respeito à formação inicial de ensino fundamental e ensino médio, o que mostrou-se como um senso comum pedagógico. No entanto, foi possível perceber também que essa disciplina ainda é trabalhada de maneira "mecânica", buscando, na maioria das vezes, a resolução algébrica dissociada da realidade dos educandos, pois, ainda que haja interesse dos professores, a Matemática ainda não consegue, em seu contexto mais amplos, seguir uma perspectiva integradora e dialética.

Em virtude desses fatores, foi possível perceber que a utilização da História da Matemática como recurso didático para ensinar Cálculo Diferencial e Integral, apesar de suas limitações, propõe um ensino capaz de motivar (História – Motivação), capaz de unificar vários campos na pesquisa (História – Unificação) e, sobretudo, capaz de promover o pensamento independente e crítico (História – Dialética). E que, além disso, é possível ensinar Cálculo Diferencial e Integral recorrendo ao recurso histórico, podendo direcionar os estudantes à noção intuitiva no processo de ensino.

Para novos direcionamentos, questiona-se: “*Seria mesmo a História da Matemática capaz de motivar os alunos no processo de aprendizagem?*” “*Qual a reação dos alunos quando se ensina Cálculo Diferencial e Integral recorrendo à História da Matemático como recurso pedagógico?*” e *“As dificuldades no ensino-aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral são influenciadas pela ausência de ‘pré-requisitos’?”*.

REFERÊNCIAS

AABOE, A. **Episódios da história antiga da matemática**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

ANDRÉ, M.E.D.A. **Etnografia da Prática Escolar**. Campinas, SP: Ed. Papirus, 1995.

BAGNI, G. T. Difficulties with series in history and in the classroom. In: **History in Mathematics Education**: the ICMI study. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002. p. 82-86.

BARBIN, E; et. al.. Integrating history: research perspectives. In: **History in Mathematics Education**: the ICMI study. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002. p. 63-70.

BARONI, R. L. S.; BIANCHI, M. I. Z. (Orgs.). **História da Matemática em Livros Didáticos**. Rio Claro: SBHMat, 2007.

BARUFI, M. C. B. **A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral**. 1999, 195 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação-USP, São Paulo, 1999.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Quantitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 101-114

BICUDO, M. A. V. Sobre a Fenomenologia. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. (Orgs.). **A pesquisa qualitativa em educação**: um enfoque fenomenológico. Piracicaba: Editora UNIMEP, 1994. p. 23-33.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. (Tendências em Educação Matemática, n° 1).

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

BOYER, C. **História da Matemática**. Trad. Elza F. Gomide, São Paulo: Edgard Blücher e EDUSP, 1974.

BROLEZZI, A. C. A **Tensão entre o Discreto e o Contínuo na História da Matemática e no Ensino de Matemática**. 1996, 95 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação-USP, São Paulo, 1996.

BROLEZZI, A. C. Raízes do Cálculo na Grécia Antiga. **Revista Pesquisa e Pós-Graduação**, Ouro Preto, ano 1, v. 1, n. 1, p. 38-41, JAN/JUN 1999.

CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO; CÂMARA DE EDUCAÇÃO SUPERIOR – CNE/CES. **Resolução nº 1, de 2 de fevereiro de 2006**. Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para o curso de graduação em Engenharia Agronômica ou Agronomia dá outras providências.

D’AMBROSIO, U. A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 97-115.

_______. **Educação Matemática**: da teoria à prática. 14. ed. Campinas: Papirus, 1997.
_______. Prefácio. In: Araújo. J.L.; BORBA, M.C. Borba (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2004. p. 11-23.

DEMATTÊ, A. A questionnaire for discussing the “strong” role of the history of mathematics in the classroom. In: **International Study Group on the Relations between the History and Pedagogy of Mathematics & Fourth European Summer University History and Epistemology in Mathematics Education**, Anais. Uppsala, 2004. p. 218-228.

DUARTE, R. Pesquisa Qualitativa: Reflexões sobre o Trabalho de Campo. **Cadernos de Pesquisa**, n. 115, p. 39-154, mar. 2002.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Ed. UNICAMP, 2011.

FAUVEL, J.; MAANEN, J. V. **History in Mathematics Education**: the ICMI study. Dordrecht. Kluwer Academic Publishers, 2002.

GARNICA, A. V. M. História Oral e Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 79-100.

GOLDENBERG, M. A Arte de Pesquisar. **Como Fazer Pesquisa Qualitativa em Ciências Sociais**. 2. ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.

GOTTLIEB, A. **O sonho da Razão**: uma História da Filosofia Ocidental da Grécia ao Renascimento. Rio de Janeiro: DIFEL, 2007.

LEITHOLD, L. **O Cálculo com Geometria Analítica**. 3. ed. São Paulo: Harbra, 1994.

MACHADO, O. V. M.. Pesquisa Qualitatica: Modalidade Fenômeno Situado. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. (Orgs.). **A pesquisa qualitativa em educação**: um enfoque fenomenológico. Piracicaba: Editora UNIMEP, 1994. p. 35-46.

MARTINS, H.H.T.S. Metodologia Qualitativa de Pesquisa. **Revista Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 30, n. 2, p. 289-300, maio/ago. 2004.

MATTOS, A. C..Process of recognition in the history of mathematics. In: **5th ESU**: on the history and epistemology in mathematics education, 2007, Praga. 5th ESU: on the history and epistemology in mathematics education, [s.n.]: Praga, 2007.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação em sala de aula**: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. 2. ed. Santa Catarina: Livraria da Física, 2009.

_______. **O uso da história no ensino da matemática**: reflexões teóricas e experiências. Belém: EDUEPA, 2001.

_______. Pesquisas em história da Educação Matemática no Brasil em três dimensões. **Revista Quipu**, Rio Grande do Norte, v. 14, n. 1, p. 69-92, abr. 2012.

MIGUEL, A. **Três estudos sobre a História e Educação Matemática**. 1993. 361 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000069861>. Acesso em: 22 abr. 2014.

_______. As potencialidades da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. **Revista de Educação Matemática**: Zetetiké, Campinas, v. 5 n. 8, p. 73-89, JUL/DEZ, 1997.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática**: propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

MIORIM, M.A. **Introdução à História da Educação Matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MOREY, B. Fontes históricas nas salas de aula de Matemática: o que dizem os estudos Internacionais. **Revista Brasileira de História da Matemática**, [S.l], v. 13, n. 26, p. 73-83, Abr., 2013. Disponível em: <http://www.rbhm.org.br/vo13-no26.html>. Acesso em: 10 mar. 2014.

MOTA, C.; RALHA, M. E.; ESTRADA, M. F., "**The teaching of the concept of tangent line using original sources**", Proceedings of the Eight Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8), Antalya, Turquia, 2013.

NOBRE, S. R. A Investigação Científica em História da Matemática em Portugal e no Brasil: a caminho para sua consolidação como área acadêmica. In: **Anais do II Encontro Luso Brasileiro de História da Matemática**, Águas de São Pedro, 199, p. 1-7.

NOBRE, S. **Alguns "porquês" na História da Matemática e suas contribuições para a Educação Matemática**. In: Cadernos CEDES 40. História e Educação Matemática. 1ª ed. Campinas, SP: Papirus. 1996.p.29-35.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, ano 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

PEDROSO, H. A. **História da Matemática**. São Paulo: s. l. , 2009.

REZENDE, W. M. **O ensino de Cálculo**: dificuldades de natureza epistemológica. 2003, 468 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação-USP, São Paulo, 2003.

RIBEIRO, M. V. **O Ensino do conceito de Integral, em sala de aula, com recursos da História da Matemática e da Resolução de Problemas**. 2010, 327 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas-Unesp, Rio Claro, 2010.

ROQUE, T. **História da Matemática**: uma visão crítica desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

ROQUE, T. **Novas Tendências no Ensino de Matemática** (História da Matemática). [S.l]: [s.n.], 2003.

SAD, L. A. **Cálculo Diferencial e Integral**: uma abordagem epistemológica de alguns aspectos. 1998, 371 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas-UNESP, Rio Claro, 1998.

SALOMON, D. V. **Como fazer uma monografia**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

SIU, M. K. No, I don’t use history of mathematics in my class. Why? 2006. In: FURINGHETTIET, F et al. (Ed.). **Proceedings of HPM2004 & ESU4**. Uppsala: Uppsala Universitet. p. 268-277.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

STEWART, J. **Cálculo**: volume 1. 5. ed. São Paulo: Pioneira Thompson Learning, 2006.

TZANAKIS, C.; ARCAVI, A. Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. In: **History in Mathematics Education**: the ICMI study. Dordrecht. Kluwer Academic Publishers, 2002. p. 201-240.

VIEIRA, A.F.V. **Ensino de Cálculo Diferencial e Integral**: das técnicas ao humans-whit-media. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação da Universidade Estadual de São Paulo, FAE – UNESP, São Paulo, 2013.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Entrevista na íntegra – Apolo

1- De acordo com os dados da Secretaria de Graduação e Pós-graduação, o Cálculo Diferencial e Integral no IFMG – SJE apresenta um alto índice de reprovação. O que você pensa sobre isso?

Eu penso que, muitas vezes, os alunos vêm com deficiências do ensino médio e falta base matemática mesmo para a realização e compreensão da matéria, porque o cálculo aborda todas as áreas da matemática praticamente: tem que saber trigonometria, tem que saber logaritmo, tem que saber polinômio. Então, você acaba tendo que, às vezes, fazer algumas revisões, voltar lá no ensino médio, e eles realmente vêm com uma deficiência muito grande. E como é um semestre, curto prazo, eles acabam embolando. Seria nos fundamentos que a gente conseguiria recuperar esses alunos. Pois suas dificuldades não são em limites, derivadas etc., e sim em noções básicas de matemática, como resolver uma equação do segundo grau, fazer um gráfico, entender função etc.

2- Você conhece o PPC do curso que leciona? O que você pensa sobre a abordagem feita por ele com relação ao Cálculo Diferencial e Integral?

PPC é aquele que está na ementa, né? Conheço. Eu acho que está dentro, a proposta é boa, a proposta é interessante e não teria muita coisa para mudar não, até porque no 1° semestre já não entra, no Cálculo Diferencial e Integral I, integral e isso já facilita um pouco, é só função, limite e derivada.

3- Você elaborou um Plano de Atividade Docente no início do semestre letivo. Você efetivamente segue e consegue alcançar os objetivos descritos nesse documento?

Não, não consigo por causa das dificuldades dos alunos mesmo. A gente tem que dar uma freada, rever alguns fundamentos da matemática; a gente não consegue aprofundar muito não.

4- Quais recursos didáticos você utiliza para ensinar as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral?

Eu já utilizei, por exemplo, quando fui explicar sobre trigonometria; usei o círculo trigonométrico para tirar todas as informações do círculo, entender como funciona o círculo trigonométrico e tirar as funções de dentro do círculo. Utilizo exercícios de fixação, e o trabalho de construção de gráficos a gente trabalhou só em sala de aula mesmo, com quadro e pincel e lista de exercícios. Não utilizei, ainda, a informática, e outras coisas.

5- Na sua formação profissional, você teve algum tipo de preparo para ensinar Cálculo Diferencial e integral? Em quais disciplinas?

Eu tive no curso de pós-graduação, mas foi pouco. Não foi específica do Cálculo, mas eu tive na pós-graduação e nas disciplinas normais do curso de Licenciatura. Eu lembro assim, nessa questão de fundamentos, acho bem interessante, eu tive na minha licenciatura uma matéria que chamava Matemática Recuperação. Nessa Matemática Recuperação, eu lembro muito bem: eu tinha uma professora só para ensinar trigonometria, tive um semestre só de trigonometria. Então, eu acho que isso é uma coisa a se pensar dentro do Plano Pedagógico Curricular do curso porque a trigonometria não é ensinada no ensino médio, os professores pulam, não dá tempo. Acho que, se nossos fundamentos tivessem um enfoque na trigonometria, nas funções trigonométricas, porque, se aprenderem as funções trigonométricas, aprendem as outras e as relações também.

6- No processo de ensinar Cálculo Diferencial e Integral, como você vê a relação entre conteúdos e significados?

Eu vejo que os alunos ficam ainda perdidos. Mesmo que você concretizar ali, eles ainda não conseguem, muitas vezes, pegar aquele símbolo e relacionar com algo mais concreto. Dar significado mesmo fica mais abstrato. Eles não conseguem relacionar às suas práticas cotidianas.

APÊNDICE B – Entrevista na íntegra – Hestia

1. **De acordo com os dados da Secretaria de Graduação e Pós-graduação, o Cálculo Diferencial e Integral no IFMG – SJE apresenta um alto índice de reprovação. O que você pensa sobre isso?**

   Enquanto professora da disciplina no curso de Agronomia, posso atestar esse alto índice de reprovação na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Acredito que esse fato vem ocorrendo devido a “n” situações, tais como: deficiência cognitiva oriunda da educação básica; falta de maturidade do aluno para perceber a diferença na metodologia de abordagem; falta de uma disciplina de pré-cálculo; “mau gerenciamento” da técnica de ensino por parte do professor, levando os alunos à passividade e dependência, tornando-os meros repetidores.

2. **Você conhece o PPC do curso que leciona? O que você pensa sobre a abordagem feita por ele com relação ao Cálculo Diferencial e Integral?**

   Não o conheço na íntegra, mas conheço a abordagem em torno do Cálculo Diferencial e Integral, que faz uma abordagem bastante sucinta, composta de objetivos bem claros do que se espera da disciplina.

3. **Você elaborou um Plano de Atividade Docente no início do semestre letivo. Você efetivamente segue e consegue alcançar os objetivos descritos neste documento?**

   Sim, o Plano de Atividade Docente foi elaborado por mim com o intuito de nortear os trabalhos, mas não foi possível seguir na íntegra tal plano devido a fatores decorrentes do excesso de alunos em sala de aula, alguns deles com até três reprovações anteriores, na disciplina, muitos deles desmotivados. Quanto aos objetivos, este são alcançados na sua grande maioria.

4. **Quais recursos didáticos você utiliza para ensinar as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral?**

Quadro branco, pincel, Datashow, computador, calculadora, livro, softwares matemáticos, como: Modellus, Winplot, VCN e Geogebra.

5. **Na sua formação profissional, você teve algum tipo de preparo para ensinar Cálculo Diferencial e integral? Em quais disciplinas?**

   Eu não tive nenhuma disciplina que me preparasse diretamente para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Na disciplina de Prática Pedagógica e Metodologia do Ensino de Matemática, fui preparada para ensinar conteúdos dos Ensinos Fundamental e Médio.

6. **No processo de ensinar Cálculo Diferencial e Integral, como você vê a relação entre conteúdos e significados?**

   Eis aí a minha maior dificuldade: o professor Licenciado em Matemática não recebe uma formação para atuação nessa ou naquela área específica e não se aplica o mesmo Cálculo em diferentes áreas. Não basta saber cálculo para se ensinar cálculo; é preciso ter conhecimentos específicos da área em que se atua, é preciso saber aplicar, fazer com que o aluno veja o Cálculo além da Matemática, que faça uma construção significativa. Tendo em vista que o Cálculo é uma ferramenta extremamente útil, procuro propiciar aos alunos uma visão mais ampla e global de como o conhecimento matemático pode ser articulado, resolvendo um grande número de problemas aplicáveis na sua área específica.

APÊNDICE C – Entrevista na íntegra – Zeus

1. **De acordo com os dados da Secretaria de Graduação e Pós-graduação, o Cálculo Diferencial e Integral no IFMG – SJE apresenta um alto índice de reprovação. O que você pensa sobre isso?**

   O alto índice de reprovação nos cursos de graduação deve-se, às vezes, a “deficiências” que alunos trazem da educação básica. Essas deficiências se referem aos conteúdos que são abordados dentro do Cálculo Diferencial e Integral, que é a base do Cálculo.

   Obs.: Você já trabalhou nos dois cursos, Licenciatura em Matemática e Bacharelado em Sistemas de Informação. O que você pensa que justifica a diferença entre os índices de aprovados ou reprovados?

   Para mim, o que justifica é justamente a base dos conteúdos para o Cálculo Diferencial e Integral, pois o curso de Licenciatura em Matemática possui três disciplinas básicas, os Fundamentos da Matemática I, II e III e, além disso, as disciplinas de Geometria I e II, Geometria Analítica. Essas disciplinas vêm antes do Cálculo. Isso, para mim, é um ponto positivo que influencia o bom desempenho dos alunos de Licenciatura em Matemática nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral. Enquanto que o curso de Sistemas de Informação não tem essa preparação, isso justifica a dificuldade deles ser maior que as dos alunos de Licenciatura em Matemática.

2. **Você conhece o PPC do curso que leciona? O que você pensa sobre a abordagem feita por ele com relação ao Cálculo Diferencial e Integral?**

   Eu penso que a ementa é tranquila; comparando com as de outras instituições, vemos que o Cálculo Diferencial e Integral I traz como conteúdos básicos como funções, limites, derivadas e aplicações de derivadas. No Cálculo Diferencial e Integral II, temos as integrais e aplicações de integrais, enquanto no Cálculo Diferencial e Integral III temos o cálculo de funções de várias variáveis abordando limites, derivadas e integrais. Não aborda a parte de séries que talvez exigisse mais dos alunos.

3. **Você elaborou um Plano de Atividade Docente no início do semestre letivo. Você efetivamente segue e consegue alcançar os objetivos descritos nesse documento?**

   Nem sempre. Elaborar eu elaboro, dentro da ementa do curso e do PPC, no entanto atingir fica, às vezes, difícil devido às dificuldades apresentadas pelos alunos que acabam interferindo e também quando acontecem eventos que, às vezes, dificultam o desenvolvimento desse trabalho.

4. **Quais recursos didáticos você utiliza para ensinar as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral?**

   Na maioria das vezes, tenho trabalhado com a lousa, material escrito (apostilas) e, algumas vezes, devido à experiência na disciplina, estou utilizando alguns softwares para ensinar Cálculo Diferencial e Integral.

5. **Na sua formação profissional, você teve algum tipo de preparo para ensinar Cálculo Diferencial e integral? Em quais disciplinas?**

   No meu curso de Mestrado, tive a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, chamada MA 23, e no curso de graduação também tive essa preparação nas quatro disciplinas de Cálculo. Apesar de o curso de Licenciatura no IFMG – SJE ter três.

6. **No processo de ensinar Cálculo Diferencial e Integral, como você ve a relação entre conteúdos e significados?**

   O Cálculo, para mim, é uma ferramenta que recorremos ao resolver problemas de matemática. Essa ferramenta é poderosíssima porque nos auxilia em várias áreas do conhecimento humano. Eu procuro mostrar as aplicações, no entanto aqui não tem a disciplina de EDO (Equações Diferenciais Ordinárias) que poderia dar mais significados às disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral.

APÊNDICE D – Entrevista na íntegra – Poseidon

1. **De acordo com os dados da Secretaria de Graduação e Pós-graduação, o Cálculo Diferencial e Integral no IFMG – SJE apresenta um alto índice de reprovação. O que você pensa sobre isso?**

   O alto índice de reprovação, eu credito primeiro, que está na falta de base dos alunos. A gente está com um problema muito sério na educação brasileira, pois os alunos estão saindo com péssima formação no ensino fundamental e médio. Para o Cálculo, é fundamental o aluno ter uma boa formação, principalmente relativa a funções, relativo a fatoração, radiciação, potenciação, pois os alunos, às vezes, têm muita dificuldade quando se deparam, às vezes, com operações simples do ensino fundamental. Então, isso que é responsável pelo alto índice de reprovação. Eu observo, porque eu sou professor de Cálculo há bastante tempo, que o aluno consegue entender a derivada, os conceitos, os teoremas aplicarem as integrais, mas, quando ele vai utilizar as operações simples, às vezes tirar um mínimo múltiplo comum, uma radiciação, racionalizar denominadores, aquilo, às vezes, é um bicho de sete cabeças para o aluno.

2. **Você conhece o PPC do curso que leciona? O que você pensa sobre a abordagem feita por ele com relação ao Cálculo Diferencial e Integral?**

   Conheço. Bom, o PPC do curso foi bem estruturado para Sistemas. A gente tem o Cálculo 1, que envolve a parte de funções; a gente acaba dando um a revisão geral e, principalmente, fica vendo a dificuldade do aluno de encontrar um domínio, às vezes, de uma função e em funções trigonométrica também a dificuldade que aluno acaba enfrentado, então, temos que fazer essa revisão e consta ela no PP. Além de função, a gente trabalha limite e derivada, e eu acho que está bem adequado. O problema maior mesmo é o aluno, que, às vezes, alguns têm muita dificuldade de estudar matemática.

3. **Você elaborou um Plano de Atividade Docente no início do semestre letivo. Você efetivamente segue e consegue alcançar os objetivos descritos nesse documento?**

Sim. Bom, alcançar todos os objetivos não. Porque o objetivo nosso seria atingir a todos os alunos. Isso aí a gente pode ser que até no futuro aconteça isso, quando a educação básica tiver um percentual de melhora, mas, por enquanto, a gente consegue aí atingir uns 70% objetivos, alcançados.

4. **Quais recursos didáticos você utiliza para ensinar as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral?**

Eu utilizo bastante o quadro, a prática repetitiva de exercícios, porque eu acho que é importante, apesar de alguns pedagogos acharem que isso é bobagem. Porém, em Cálculo a gente tem que estar trabalhando muito exercício com o aluno para ele poder exercitar e ver as deficiências. E, dentro daquelas deficiências, tentar fazer uma revisão. Porque, a partir do momento em que aparecem as dificuldades do aluno, vão surgir as perguntas e a gente vai fazer a revisão de conteúdo em que, às vezes, aquele aluno tem aquela dificuldade. Como trabalho com Cálculo para sistemas, eu gosto de utilizar alguns softwares matemáticos pra poder estar plotando alguns gráficos. Acho que é importante mesmo trabalhar algumas derivadas, alguns limites usando alguns programas.

5. **Na sua formação profissional, você teve algum tipo de preparo para ensinar Cálculo Diferencial e integral? Em quais disciplinas?**

Não, preparo nenhum. Porque quando eu aprendi, na universidade em que estudei, eu via o professor lá igual uma máquina né. Em uma semana, a gente via 50 páginas de um livro, então isso não é o ideal para fazer numa sala de aula, principalmente com um menino que tem tamanha defasagem na aprendizagem. Então, eu acho que não tive preparo nenhum. Nem na pós-graduação os professores, primeiro que eles já vão para sala de aula já imaginando que o aluno sabe todo aquele conteúdo que foi passado no ensino fundamental e médio, então eu tive que, em Cálculo, estudar muito. Muita coisa eu aprendi sozinho correndo atrás, pesquisando, estudando, lendo outras bibliografias, além das do curso, e acredito que muita coisa que aprendi foi na prática, porque acho que os professores, ainda, de Cálculo, principalmente das universidades Federais, têm certa dificuldade, às vezes, de ensinar. Sabem muito para eles, mas não sabem fazer aquele elemento de ligação que hoje, graças a Deus, eu acho que tenho.

6. No processo de ensinar Cálculo Diferencial e Integral, como você vê a relação entre conteúdos e significados?

No caso de Cálculo, eu acho que o mais importante é a gente usar as aplicações do Cálculo para que motive o aluno a ter interesse, a estudar e ver que é importante. Eu tenho mais facilidades com Cálculo porque eu tive Cálculo no meu ensino médio. Eu estudei na antiga Escola Técnica Federal em Belo Horizonte e lá a gente tinha o Cálculo no 3° ano do ensino médio e lá o Cálculo era dado o limite, a derivada e a integral, mas de maneira muito simples. Não pegava nada muito complicado, mas trabalhava, por exemplo, a derivada e a integral, dando aquele sentido de espaço, velocidade e aceleração, tanto para a derivada quanto para a integral. Eu sigo esse mesmo método quando estou ensinando. Em Cálculo, eu tento dar esse sentido; não ensinar limite, derivada e integral para ficar só passando teorema, porque fica até sem sentido, principalmente, para quem está fazendo Sistemas de Informação. No entanto, cada conteúdo deve ser trabalhado com aplicações práticas para que o aluno tenha interesse de correr atrás, de buscar conhecimento não só na sala de aula, mas também fora da sala de aula e ver essa aplicação no dia a dia.

APÊNDICE E – Entrevista na íntegra – Dionísio

1. **De acordo com os dados da Secretaria de Graduação e Pós-graduação, o Cálculo Diferencial e Integral no IFMG – SJE apresenta um alto índice de reprovação. O que você pensa sobre isso?**

   Penso que, historicamente, sempre preservou-se como uma coisa “normal” altos índices de reprovação em disciplinas de Cálculo, sobretudo na manutenção da ideia da pureza da matemática e da dificuldade dessa disciplina. Temos algumas coisas a considerar: primeiro, o acesso maior à educação pública superior trouxe maior flexibilização dos critérios de seleção, e isso fez com que pessoas que, historicamente, não teriam oportunidades, agora acessem essas oportunidades. Segundo, esse pessoal vem menos preparado para enfrentar disciplinas que, da forma como o Cálculo se estrutura, dependem de muitas outras da educação básica. Lembremos que temos uma educação básica baseada quase que na aprovação automática. Professores despreparados ou desmotivados. Escolas sem recursos para aumentar a tecnologia em suas aulas. Isso, de certa forma, se reflete na disciplina, localizada geralmente nos primeiros períodos dos cursos dos quais faz parte do elenco.

2. **Você conhece o PPC do curso que leciona? O que você pensa sobre a abordagem feita por ele com relação ao Cálculo Diferencial e Integral?**

   Conheço. Penso que há um preparo, ao longo de 3 períodos, para que os alunos revisitem disciplinas da educação básica. Isso favorece melhor rendimento no Cálculo.

3. **Você elaborou um Plano de Atividade Docente no início do semestre letivo. Você efetivamente segue e consegue alcançar os objetivos descritos nesse documento?**

   Quando ministro essa disciplina, procuro perseguir os objetivos. Contudo, elaboramos um voo cego no início do período visto, que não conhecemos ainda as turmas com as quais trabalharemos. Elaboramos um plano, de certa forma, “pro forma”. Ao longo do período, ajustes são necessários para corrigir esse voo. Nem sempre é fácil. Mas um bom plano deve contemplar essas possibilidades.

4. **Quais recursos didáticos você utiliza para ensinar as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral?**

   Depois do Mestrado, vislumbrei outras formas de ministrar a disciplina utilizando materiais manipuláveis para tratar alguns conceitos de Cálculo. Contudo, ainda estou caminhando nas pesquisas. Penso que o uso de tecnologias associado a programas que permitem a manipulação de gráficos e superfícies em 3 dimensões favoreça o entendimento de algumas estruturas cuja visualização permita maior entendimento do que se trata. Mas, de modo geral, dada a tradição, continuamos a lançar mão dos tradicionais quadro, pincel, livro didático ou textos. Eventualmente, tecnologia.

5. **Na sua formação profissional, você teve algum tipo de preparo para ensinar Cálculo Diferencial e integral? Em quais disciplinas?**

   Não. Não se discutia isso na graduação e, ainda hoje, na esmagadora maioria dos cursos, não se discute. Leciona-se baseado em um modelo que vem sendo reproduzido historicamente.

6. **No processo de ensinar Cálculo Diferencial e Integral, como você vê a relação entre conteúdos e significados?**

   Em alguns casos, podemos estabelecer relação entre conteúdos e significados. Contudo, a Matemática não trabalha com essa perspectiva. A Matemática trata a matemática pela Matemática. Pela sua pureza e contra a sua contaminação pelo significado meramente. Contudo, procuro, dentro das medidas razoáveis, estabelecer essa ponte. O significado, para o ser humano, é o que move a ciência, a religião e a cultura. Por isso, penso eu, vivemos uma crise atualmente nesse modelo de Matemática, desvinculado da realizada fática.