

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
DE MINAS GERAIS – *CAMPUS* SÃO JOÃO EVANGELISTA  
BACHARELADO EM ENGENHARIA FLORESTAL

Isadora Azevedo Perpétuo

**MODELAGEM MORFOMÉTRICA DE COPA E FUSTE PARA A ARBORIZAÇÃO  
URBANA DE SÃO JOÃO EVANGELISTA-MG, BRASIL**

SÃO JOÃO EVANGELISTA

2022

ISADORA AZEVEDO PERPÉTUO

**MODELAGEM MORFOMÉTRICA DE COPA E FUSTE PARA A ARBORIZAÇÃO  
URBANA DE SÃO JOÃO EVANGELISTA-MG, BRASIL**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao curso Bacharelado em Engenharia Florestal do Instituto Federal de Minas Gerais – *Campus* São João Evangelista, para obtenção do grau de bacharel em Engenharia Florestal.

Orientador: Bruno Oliveira Lafetá

SÃO JOÃO EVANGELISTA

2022

**BIBLIOTECAS SJE**

**FICHA CATALOGRÁFICA PARA TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

---

P453m Perpétuo, Isadora Azevedo.

Modelagem morfométrica de copa e fuste para a arborização urbana de São João Evangelista-MG, Brasil. Isadora Azevedo Perpétuo. – 2022.

23 f.: il.

Orientador: Dr. Bruno Oliveira Lafetá.

Coorientador: Dr. Ivan da Costa Ilhéu Fontan.

Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Florestal) – Instituto Federal de Minas Gerais. *Campus* São João Evangelista, 2022.

1. Paisagem urbana. 2. Regressão. 3. Relação Interdimensional.  
4. Tendência Sigmoidal. I. Perpétuo, Isadora Azevedo. II. Instituto Federal de Minas Gerais. *Campus* São João Evangelista. III. Título.

634.9

ISADORA AZEVEDO PERPÉTUO

**MORFOMETRIA DE COPA E FUSTE DA ARBORIZAÇÃO URBANA DE SÃO  
JOÃO EVANGELISTA-MG, BRASIL**

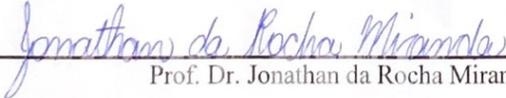
Trabalho de conclusão de curso apresentado ao curso Bacharelado em Engenharia Florestal do Instituto Federal de Minas Gerais – *Campus* São João Evangelista, para obtenção do grau de bacharel em Engenharia Florestal.

Orientador: Bruno Oliveira Lafeté

Aprovado em: 31 / 05 / 2022 pela banca examinadora

  
Prof. Dr. Bruno Oliveira Lafeté – IFMG (Orientador)

  
Prof. Me. Ivan da Costa Ilhéu Fontan – IFMG

  
Prof. Dr. Jonathan da Rocha Miranda – IFMG

## RESUMO

Investigações científicas sobre a morfometria da copa e fuste de árvores subsidiam o planejamento e gerenciamento racionais da arborização urbana, importante para a sustentabilidade ambiental de cidades. O objetivo do presente trabalho foi avaliar a eficiência da modelagem de relações morfométricas interdimensionais de copa e fuste da arborização urbana do município de São João Evangelista-MG, empregando modelos de regressão não lineares. O inventário da arborização urbana consistiu na amostragem aleatória de árvores em diferentes vias e praças públicas do município. A altura total, altura de inserção da copa, diâmetro à altura do solo, proporção e área de projeção da copa aumentaram à medida que fustes se tornaram mais grossos. O decrescimento com o aumento do DAP foi observado apenas para o índice de saliência e grau de esbeltez. Relações morfométricas podem ser estimadas com precisão por modelos de regressão não linear de característica sigmoidal. Informações sobre tendências do estoque de crescimento morfométrico de árvores em altura total, altura de inserção da copa, área de projeção e raio da copa são úteis para definições do local ideal de plantio em áreas urbanas e de eventuais intervenções silviculturais.

**Palavras-chave:** paisagem urbana; regressão; relação interdimensional; tendência sigmoidal.

## ABSTRACT

Scientific investigations about morphometry of tree crown and stem support the rational planning and management of urban afforestation, important for environmental sustainability of cities. This work aimed to evaluate the efficiency of modeling interdimensional morphometric relationships of crown and stem in urban afforestation in São João Evangelista municipality - MG, Brazil, using nonlinear regression models. Urban afforestation inventory consisted of the random sampling of trees in different streets and public squares in the municipality. Total height, crown insertion height, diameter at ground height, proportion and crown projection area increased as the stems became thicker. Decrease with the increase in DBH was observed only for the salience index and slenderness rate. Nonlinear regression models can estimate morphometric relationships accurately. Information on tree morphometric growth stock trends at total height, crown insertion height, projection area and crown radius are useful for defining the ideal planting location in urban areas and eventual silvicultural interventions.

**Keywords:** sigmoidal curve; urban landscape; interdimensional relationship; regression.

## SUMÁRIO

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1 INTRODUÇÃO .....</b>               | <b>6</b>  |
| <b>2 MATERIAL E MÉTODOS.....</b>        | <b>8</b>  |
| <b>2.1 Caracterização amostral.....</b> | <b>8</b>  |
| <b>2.2 Modelagem.....</b>               | <b>9</b>  |
| <b>3 RESULTADOS.....</b>                | <b>10</b> |
| <b>4 DISCUSSÃO .....</b>                | <b>14</b> |
| <b>5 CONCLUSÕES .....</b>               | <b>17</b> |
| <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b> | <b>18</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

A presença de árvores na paisagem promove a beleza cênica, benefícios sociais e ambientais para a sociedade, como conforto térmico, lazer, sombreamento, alimento e refúgio para diversas espécies de aves, quebra-ventos e atenuação de poluições atmosférica, sonora e visual (SANESI et al., 2016; CANETTI et al., 2017; ANGEOLETTON et al., 2018; PEI et al., 2018). Entretanto, não é difícil encontrar problemas de planejamento e execução equivocada em programas de arborização urbana no Brasil. Os problemas mais comuns na arborização se relacionam ao mau dimensionamento de covas e proximidade de árvores a edificações, fiação elétrica e redes de saneamento básico (HILBERT et al., 2020).

Informações sobre a morfometria da copa e fuste de árvores permitem a administração racional da infraestrutura verde de cidades e melhorias no direcionamento e adequação de práticas silviculturais. A importância de serviços ecológicos urbanos tem se destacado devido às estimativas de contínuo crescimento em número e tamanho de cidades (JONES et al., 2018; SHODA et al., 2020). Aproximadamente, 55% da população mundial residem em áreas urbanas e projeta-se um aumento de 68% até 2050 (SANESI et al., 2016; SARTORI et al., 2019; SHODA et al., 2020).

A morfometria de árvores se modifica naturalmente em razão do tempo, genótipo, prescrições silviculturais, fisiografia, condições edáficas e climáticas (HOFMAN et al., 2016, OLIVIER et al., 2016; SEIDEL et al., 2016; CANETTI et al., 2017; CERQUEIRA et al., 2017). Relações interdimensionais permitem a análise de mudanças morfométricas, reconstrução do espaço ocupado por árvore e inferências sobre a estabilidade, produtividade e serviços ambientais (STERBA, 1991, SILVA et al., 2017; JONES et al. 2018). Todavia, o levantamento de muitos dados biométricos pode inviabilizar operacionalmente inventários florestais, uma vez que medições da copa consomem muito tempo e são laboriosas (FEY et al., 2014).

A modelagem via regressão surge como alternativa para a avaliação indireta da morfometria de árvores, estabelecendo relações funcionais entre aspectos morfométricos e preditores de fácil e rápida medição, como a circunferência ou diâmetro de fustes (HILBERT et al., 2020). Diversos modelos têm sido utilizados para delinear a capacidade produtiva biométrica, porém sua escolha é um grande desafio de gestão e deve ser vista com cautela. É improvável que haja um modelo ideal para todos os sítios, mas se recomenda o uso daquele que seja mais preciso e consistente biologicamente (CAO et al., 2019). Quanto mais precisa a

equação, menor é o erro na obtenção de estimativas biométricas. Enfatiza-se que a modelagem das dimensões de copa e fuste já foi aplicada com sucesso para análises de hipsometria (LUO et al. 2018; SILVA et al., 2018; SUBEDI et al., 2018), volumetria (ABRANTES et al., 2019), área de copa e demais índices morfométricos (YANG; HUANG, 2017; TRINDADE et al., 2019).

Os modelos de característica sigmoidal (forma em S) mais conhecidos e empregados no setor florestal são: Richards, Gompertz e Logístico (MACHADO et al., 2015; TJØRVE; TJØRVE, 2017, 2010; TJØRVE; TJØRVE, 2017; LUO et al. 2018; CAO et al., 2019; UKALSKA; JASTRZĘBOWSKI, 2019; SHODA et al., 2020). A principal diferença entre os modelos de Gompertz e Logístico é a localização do ponto de inflexão, que ocorrem em 36,76% (assimetria) e na metade da curva de crescimento (simetria), respectivamente (LI et al., 2017; TJØRVE; TJØRVE, 2017; OBIOMA et al., 2020). Nesta perspectiva, o modelo de Gompertz atinge a taxa máxima de crescimento antes que o Logístico. Por outro lado, o ponto de inflexão do modelo de Richards é flexível e pode ser usado para descrever diferentes níveis de assimetria no crescimento (CAO et al., 2019).

Curvas sigmoidais permitem a análise de capacidade produtiva, que pode ser expressa em termos de altura, área de projeção da copa, diâmetro da copa e volume (CAMPOS; LEITE, 2017; SILVA et al., 2018; VIEIRA et al., 2018). A definição de local para a cova de plantio deve considerar a capacidade produtiva em diâmetro e altura de inserção da copa, árvores que podem atingir maiores alturas não devem ser plantadas próximas à fiação elétrica aérea. Além disso, o diâmetro a altura do solo é um atributo biométrico cuja modelagem auxilia o dimensionamento do tamanho mínimo da abertura de covas de plantio.

Desde que adequadamente planejada, a arborização é um importante indicador de sustentabilidade ambiental em cidades. Investigações científicas sobre a modelagem do comportamento morfométrico de árvores em áreas urbanas são escassas e podem subsidiar o desenvolvimento de programas de arborização. Essa falta de informações pode ser justificada devido à falta de políticas públicas e planos diretores que estimulem o plantio de árvores em vias públicas sob orientação técnica. Mediante exposto, o objetivo do presente trabalho foi avaliar a eficiência da modelagem de relações morfométricas interdimensionais da copa e fuste da arborização urbana do município de São João Evangelista-MG. empregando modelos de regressão não lineares.

## 2 MATERIAL E MÉTODOS

### 2.1 Caracterização amostral

O trabalho foi conduzido no município de São João Evangelista-MG, inserido no Vale do Rio Doce em Minas Gerais, Brasil. O clima da região é do tipo Cwa (temperado chuvoso-mesotérmico) pela classificação do sistema internacional de Köppen (KÖPPEN, 1936), com verão chuvoso e inverno seco. As médias anuais de temperatura e precipitação são de 20,2° C (médias variando de 16,7°C em julho a 22,8°C em janeiro e fevereiro) e 1.377 mm (médias variando de 10 mm em julho e agosto a 308 mm em dezembro), respectivamente. Os dados climáticos foram oriundos de registros anuais de 1982 a 2012, disponibilizados gratuitamente por Climate-data.org (<http://es.climate-data.org/>).

O inventário da arborização urbana consistiu na amostragem aleatória de árvores distribuídas em diferentes vias e praças públicas do município. Estabeleceram-se sete classes de diâmetro a 1,30m de altura do solo (DAP) com intervalos regulares de 10cm (aproximadamente, 31,4cm de circunferência – CAP). Todas as classes de tamanho foram contempladas com árvores, totalizando 84 indivíduos. As árvores não exibiram sinais aparentes de poda, injúrias ou ataque de insetos.

A CAP e a circunferência a altura do solo (CAS, cm) foram mensuradas de todos os fustes empregando fita métrica. Os respectivos diâmetros (DAP e DAS) foram calculados pela relação entre circunferências e o valor de pi (3,141592654...); obteve-se o diâmetro equivalente das árvores com perfilhamento. A altura total (H, m) e altura de inserção da copa (HIC – altura do primeiro galho vivo, caracterizado pela presença de folhas, m) foram tomadas com auxílio de hipsômetro eletrônico Haglof. O comprimento da copa (L, m) foi obtido pela diferença entre H e HIC e o diâmetro da copa (Dc, m), pela média dos diâmetros da copa, obtida da medição de quatro raios nas direções paralela (//) e perpendicular (⊥) à orientação das vias públicas através da projeção vertical da copa.

Os seguintes índices morfométricos baseados no tamanho e na morfologia da árvore, conforme Sterba (1991) e Durlo e Denardi (1998), também, foram avaliados: Formal de Copa (FC), Índice de Saliência (IS), Índice de Abrangência (IA), Grau de Esbeltez (GE), Proporção da copa (PC) e Área de Projeção da copa (APC, m<sup>2</sup>). Os índices foram assim expressos: FC = Dc/L; IS = Dc/DAP; IA = Dc/H; GE = H/DAP; PC = 100 L/H e APC = DC<sup>2</sup> π/4.

Os dados referentes a cada classe de diâmetro foram divididos aleatoriamente em grupos de parametrização (70% das amostras) e de validação (30% das amostras), mutualmente exclusivos (técnica *holdout*), adotando método randômico de amostragem sem

reposição. Nessa divisão, todas as classes de diâmetro foram contempladas com árvores. Os dados (H, HIC, DAS, FC, IS, IA, GE, PC e APC) foram submetidos à análise de correlação de Pearson ( $r$ ) com o DAP. A fim de minimizar problemas com a perda de precisão de preditores, assumiu-se a ausência de significância estatística de correlação pelo teste  $t$  ( $r, p > 0,01$ ) como critério para a exclusão de variáveis durante a fase de parametrização.

## 2.2 Modelagem

Foram testados três modelos de regressão não linear (sigmoidais) para a estimativa morfométrica de fuste e copa ( $r, p \leq 0,01$ ) em função exclusivamente do DAP. Optou-se pelo DAP como variável preditora por ser facilmente obtida e convencionalmente analisada em inventários florestais. A análise de regressão foi realizada através do método iterativo de Levenberg-Marquardt. Os modelos testados são rotineiramente ajustados no setor florestal para a modelagem de atributos morfométricos, sendo assim definidos:

M1 – Logístico:

$$Y = \frac{\beta_0}{1 + \beta_1 e^{-\beta_2 DAP}} + \varepsilon$$

M2 – Gompertz:

$$Y = \beta_0 e^{-e^{\beta_1 - \beta_2 DAP}} + \varepsilon$$

M3 – Richards:

$$Y = \frac{\beta_0}{(1 + e^{\beta_1 - \beta_2 DAP})^{1/\beta_3}} + \varepsilon$$

Em que:  $Y$  = atributo morfométrico de fuste e copa (H, HIC, DAS, FC, IS, IA, GE, PC ou APC);  $DAP$  = diâmetro a 1,30m de altura do solo (cm);  $\beta_0, \beta_1, \beta_2$  e  $\beta_3$  = parâmetros do modelo;  $e$  = constante neperiana; e  $\varepsilon$  = erro aleatório.

Selecionou-se o modelo de regressão com melhor qualidade preditiva com base na consistência biológica, parcimônia, Média dos Desvios Absolutos (MDA), Raiz Quadrada do Erro Médio (RQEM) e coeficiente de correlação de Pearson ( $r$ ). Menores valores de MDA e RQEM implicam em melhor qualidade preditiva. As análises gráficas consistiram na inspeção

estatística da dispersão dos valores observados em relação àqueles estimados em função do DAP; margens de confiança construídas ao nível de confiança de 95% de probabilidade.

Para as curvas sigmoidais geradas de comportamento ascendente, foram calculados os valores de DAP (cm) referentes aos pontos de inflexão (P1) e de tangente superior à curva passando pela origem (P2). O primeiro ponto representa o máximo incremento corrente morfométrico (valor máximo obtido a partir da primeira derivada da equação ou da igualdade de derivada subsequente à zero) e o segundo ponto, a máxima desaceleração de crescimento (valor mínimo obtido a partir da segunda derivada da equação).

Os pontos que extrapolaram a tendência geral dos dados não foram eliminados das análises estatísticas a fim de se verificar a capacidade da modelagem em lidar com *outliers* ou ruídos. Para diagnóstico de efeito estatístico, empregou-se 1 e 5% de significância em todas as análises. Estas foram efetuadas com auxílio dos softwares Curve Expert 1.4 e R versão 3.5.2 (R CORE TEAM, 2018).

### 3 RESULTADOS

A amostragem em diferentes classes de diâmetro permitiu a análise morfométrica de fuste e copa em área de arborização urbana no município de São João Evangelista. As árvores contidas nos grupos de parametrização e de validação apresentaram DAP de 4,66 a 67,25cm e 8,52 a 50,98, respectivamente.

Na fase de parametrização, a correlação positiva significativa ( $p \leq 0,01$ ) do DAP foi evidenciada com a altura total ( $r = 0,7996$ ), altura de inserção da copa ( $r = 0,5497$ ), diâmetro à altura do solo ( $r = 0,9770$ ), proporção de copa ( $r = 0,5405$ ) e área de projeção da copa ( $r = 0,8625$ ). Apenas o índice de saliência ( $r = -0,5652$ ) e o grau de esbeltez ( $r = -0,6331$ ) exibiram correlação negativa significativa ( $p \leq 0,01$ ). Logo, selecionaram-se esses sete últimos atributos para as modelagens de relação interdimensional. As correlações do formal da copa e índice de abrangência tiveram módulos inferiores a 0,14 ( $p > 0,05$ ).

As relações interdimensionais estabelecidas em função do DAP se destinaram à obtenção de estimativas de altura total, altura de inserção da copa, diâmetro à altura do solo, índice de saliência, grau de esbeltez, proporção de copa e área de projeção da copa (Tabela 1). A maioria das equações foi proveniente do ajuste do modelo de Gompertz. Este modelo não foi adequado para a estimativa dos atributos morfométricos que tenderam ao decréscimo com o aumento de DAP (IS e GE). A modelagem via regressão apresentou poucos desvios nas

fases de parametrização e validação, com baixos valores de MDA e RQEM. A precisão das estimativas aumentou com o grau de associação entre variáveis respostas e predictoras.

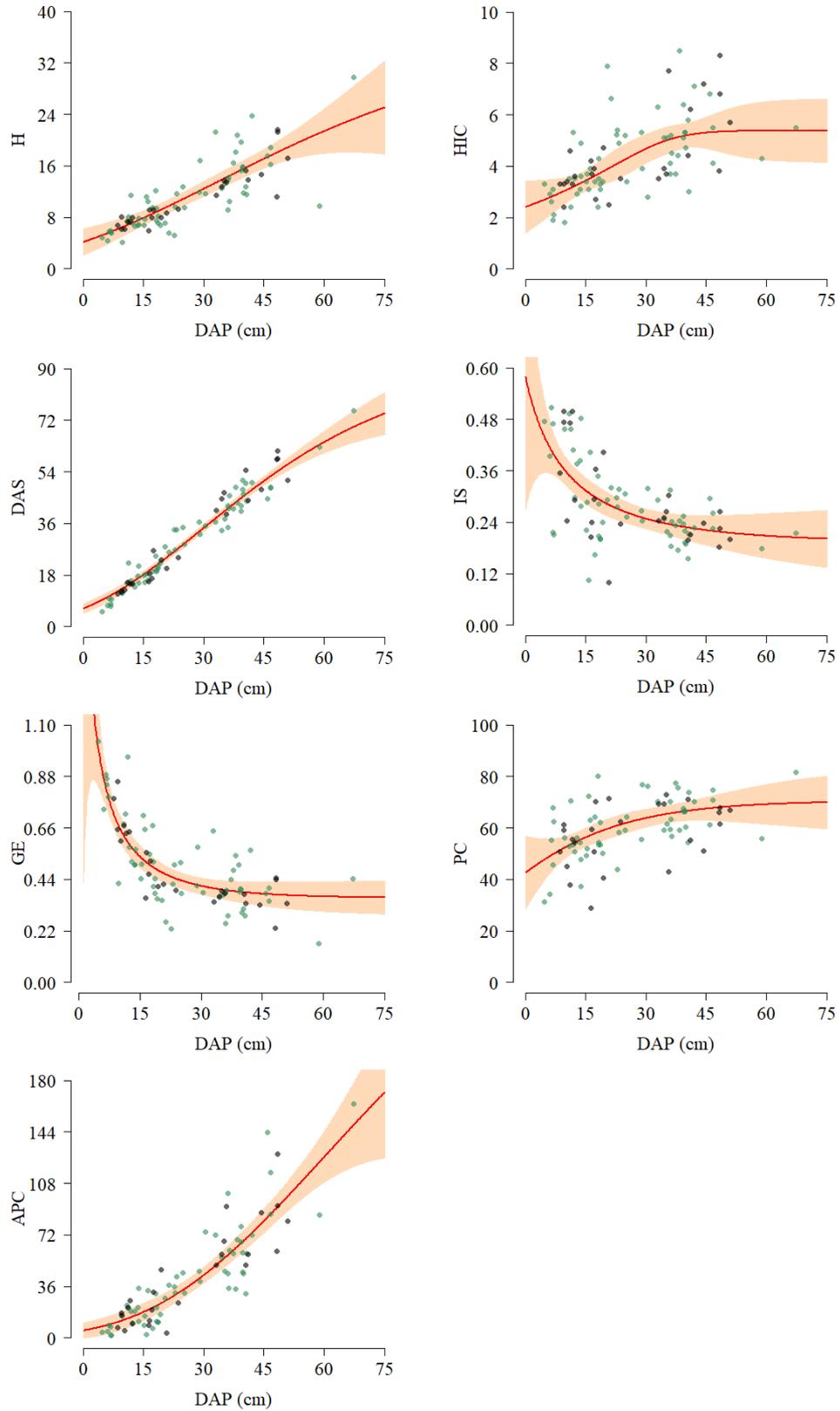
**Tabela 1.** Coeficientes e qualidade das equações para a estimativa morfométrica de árvores da zona urbana do município de São João Evangelista – MG, Brasil

| Atributos                  | H        | HIC      | DAS      | IS       | GE       | PC       | APC      |
|----------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Modelo                     | M2       | M3       | M2       | M1       | M1       | M2       | M2       |
| $\beta_0$                  | 36,3382  | 5,37945  | 92,5900  | 0,1922   | 0,3599   | 70,5272  | 349,0453 |
| $\beta_1$                  | 0,7762   | 6,03922  | 0,9891   | -0,6680  | -0,8680  | -0,6856  | 1,4440   |
| $\beta_2$                  | 0,0235   | 0,18039  | 0,0334   | 0,0363   | 0,0648   | 0,0537   | 0,0238   |
| $\beta_3$                  | -        | 7,50022  | -        | -        | -        | -        | -        |
| Valores de DAP (cm)        |          |          |          |          |          |          |          |
| P1                         | 33,03    | 33,48    | 29,61    | -        | -        | < 4,66   | 60,67    |
| P2                         | 73,98    | 38,81    | 58,43    | -        | -        | 5,16     | 101,11   |
| ----- Parametrização ----- |          |          |          |          |          |          |          |
| MDA                        | 2,1773   | 0,7675   | 2,7103   | 0,0551   | 0,0853   | 7,3250   | 11,6323  |
| RQEM                       | 3,1791   | 1,0122   | 3,4402   | 0,0737   | 0,1137   | 9,1021   | 16,5216  |
| R                          | 0,7989** | 0,6696** | 0,9743** | 0,6277** | 0,7877** | 0,5595** | 0,8732** |
| ----- Validação -----      |          |          |          |          |          |          |          |
| MDA                        | 1,4459   | 1,0015   | 3,1148   | 0,0617   | 0,0552   | 8,1463   | 12,2034  |
| RQEM                       | 2,0150   | 1,2377   | 3,8514   | 0,0802   | 0,0694   | 10,9479  | 15,8877  |
| R                          | 0,9014** | 0,6538** | 0,9779** | 0,6624** | 0,9127** | 0,4325*  | 0,8801** |

\*, \*\* significativo a 5 e 1% de probabilidade pelo teste *t*, respectivamente. H = altura total; HIC = altura de inserção da copa; DAS = diâmetro a altura do solo; IS = índice de saliência; GE = grau de esbeltez; PC = proporção da copa; APC = área de projeção da copa; M1 = Logístico; M2 = Gompertz; M3 = Richards; P1 = ponto de inflexão; P2 = tangente superior à curva passando pela origem; MDA = média dos desvios absolutos; RQEM = raiz quadrada do erro médio e; r = coeficiente de correlação de Pearson.  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\beta_3$  = parâmetros do modelo.

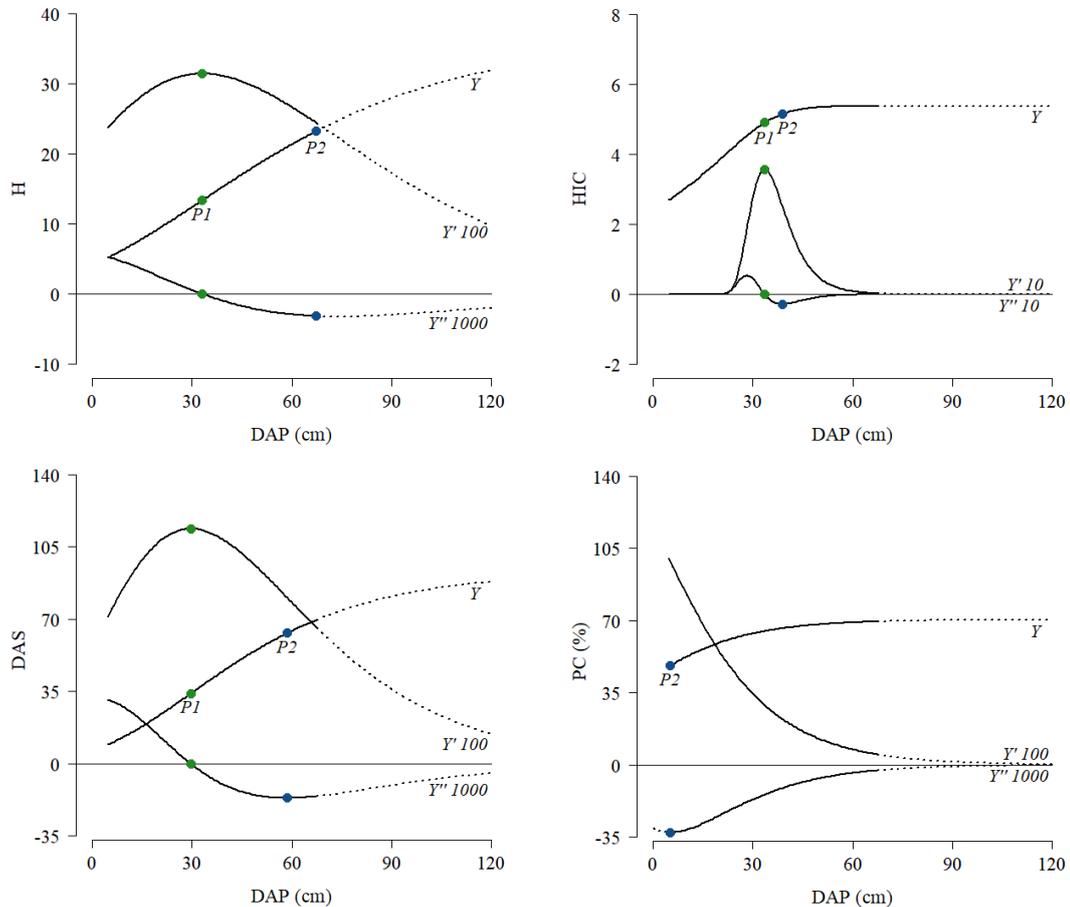
As representações gráficas das curvas dos aspectos morfométricos correlacionados (r,  $p \leq 0,01$ ) com o DAP se encontram na Figura 1. A maioria dos atributos morfométricos da copa e fuste cresceu de forma sigmoideal com o aumento do DAP, tendendo a uma estabilização. Entretanto, o índice de saliência e o grau de esbeltez decresceram em formato

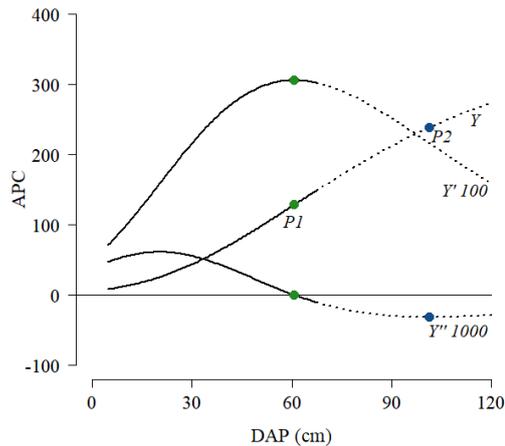
sigmóide. A margem de confiança dos ajustes foi mais ampla com a redução da quantidade de observações, especialmente nas maiores classes de tamanho.



**Figura 1.** Curvas de altura total (H, m), altura de inserção da copa (HIC, m), diâmetro à altura do solo (DAS, cm), índice de saliência (IS), grau de esbeltez (GE), proporção da copa (PC, %) e área de projeção da copa (APC, m<sup>2</sup>). Verde = dados observados do grupo de parametrização. Preto = dados observados do grupo de validação. Margem de confiança construída ao nível de confiança de 95% de probabilidade.

A primeira e segunda derivadas das equações forneceram estimativas de crescimento e aceleração morfométrica em função do DAP, respectivamente (Figura 2). Os pontos de inflexão e de máxima desaceleração do crescimento morfométrico ocorreram de forma distinta entre os atributos morfométricos. A ordem crescente dos pontos de inflexão relacionados ao DAP foi assim definida: proporção de copa < diâmetro à altura do solo < altura total < altura de inserção da copa < área de projeção da copa (Tabela 1). A ordem crescente de DAP relacionada à máxima desaceleração do crescimento morfométrico foi de: proporção de copa < altura de inserção da copa < diâmetro à altura do solo < altura total < área de projeção da copa.





**Figura 2.** Curvas de altura total ( $H$ , m), altura de inserção da copa ( $HIC$ , m), diâmetro à altura do solo ( $DAS$ , cm), proporção da copa ( $PC$ , %) e área de projeção da copa ( $APC$ ,  $m^2$ ).  $Y$  = índice morfométrico estimado;  $Y'$  = primeira derivada (crescimento);  $Y''$  = segunda derivada (aceleração); Verde ( $P1$ ) = ponto de inflexão; Azul ( $P2$ ) = tangente superior à curva passando pela origem.

#### 4 DISCUSSÃO

O levantamento da arborização urbana em diferentes classes de diâmetro contribuiu para a qualidade preditiva da modelagem morfométrica de árvores. Mesmo diante da quantidade restrita de árvores livres de sinais aparentes de poda, injúrias ou ataque de insetos, foi possível a divisão dos dados em grupos de parametrização e validação, justificando o uso da técnica *holdout*.

Em virtude da trivial indeterminação da idade de árvores no paisagismo de municípios brasileiros e da diversidade genética intrínseca da produção seminal de mudas (LAFETÁ et al., 2020), a qualidade das modelagens morfométricas foi considerada satisfatória (Tabela 1). A qualidade preditiva dessas modelagens também foi confirmada visualmente (Figura 1). Os ajustes realizados com o modelo de Gompertz se destacaram para a estimativa da maioria dos atributos morfométricos, principalmente, daqueles que não se basearam em razões entre diâmetros e alturas.

Informações sobre o ponto de inflexão e a máxima desaceleração do crescimento se mostraram eficientes para a análise de comportamento de aspectos morfométricos da copa e fuste de árvores urbanas. Diagnosticou-se que, caso não sejam realizadas manutenções corretivas de copa, as árvores do município em estudo podem crescer além de 24,80 m de altura (equivalente a um  $DAP = 73,98$  cm), valor de referência para a máxima desaceleração

de crescimento hipsométrico. Portanto, trata-se de um sítio com potencial produtivo arbóreo demasiadamente acima de padrões recomendados pela ABNT NBR 15688 (ABNT, 2009) para a altura mínima da fiação aérea de rede elétrica em áreas urbanas, de 3 m para vias exclusivas de pedestre e de 5 m para ruas e avenidas. É provável que essas árvores demandem de sucessivas podas corretivas, onerando financeiramente o projeto de arborização.

O plantio de espécies arbóreas abaixo de fiações aéreas de rede elétrica deve ser planejado com bastante atenção, considerando as condições edáficas e climáticas locais. É conveniente salientar que espécies vegetais possuem diferentes ritmos de crescimento, originando distintos comportamentos morfométricos (TAIZ et al., 2017). No caso específico do último censo realizado no município de São João Evangelista-MG em 2009 (BRANDAO et al., 2011), identificaram-se 21 famílias, 49 espécies e 814 árvores, das quais 499 (densidade de 61,30%) pertenceram à espécie *Licania tomentosa* (Benth.) Fritsch.

O modelo de Richards por sua vez, foi o mais indicado para a estimativa da altura de inserção da copa. A altura de inserção da copa esperada para indivíduos de maior porte da arborização inventariada foi de 3,67 m (equivalente a um DAP = 38,81 cm), o que favorece a circulação de pedestres e pequenos veículos em segurança. Esse atributo morfométrico tem sido tradicionalmente negligenciado em projetos de arborização, porém sua quantificação é útil para inferências acerca da mobilidade urbana em calçadas estreitas e pequenos canteiros.

Os atributos morfométricos da copa e fuste tenderam à estabilização com o aumento de DAP. Contudo, os valores de DAP referentes aos pontos de inflexão e de máxima desaceleração do crescimento não coincidiram entre atributos morfométricos (Figura 2). O comportamento da altura de inserção da copa foi o primeiro atributo que tendeu à estabilização em função de DAP, seguido da proporção de copa. Tais resultados implicam que o planejamento de eventuais podas de levantamento, aquela aplicada a ramos do terço inferior da copa, pode ser indicada, sobretudo, quando fustes atingem em torno de 33,48 (P1) a 38,81cm (P2) de DAP (Tabela 1). Estimou-se redução progressiva do incremento em altura de inserção da copa além dessa faixa de variação diamétrica.

A máxima desaceleração do crescimento do diâmetro à altura do solo estimada foi de 63,20 cm, para árvores com 58,43cm de DAP. Tem-se a expectativa de que árvores com estas dimensões ocupem covas circulares de 0,3137m<sup>2</sup> ou quadradas de 0,3994m<sup>2</sup>. Nesse sentido, sugerem-se covas circulares com raio maior que 31,60 cm e covas quadradas com arestas maiores que 63,20cm. Manuais que padronizam o tamanho de covas para diferentes municípios devem ser criteriosamente analisados, uma vez que mudanças na forma e tamanho de fustes e copas se diferenciam segundo aspectos genéticos, silviculturais e ambientais.

A flexibilidade do modelo Logístico foi comprovada para retratar fenômenos de comportamentos decrescentes assintóticos, como relações do índice de saliência e grau de esbeltez em função do DAP. Esses comportamentos decrescentes estão de acordo com o esperado dos pontos de vista biológico e estatístico para ambos os índices morfométricos. A diminuição desses índices em fustes mais grossos refletiu a estabilidade vegetal, indicativo de resistência contra a ação eólica, minimizando riscos de acidentes e danificações a patrimônios públicos e privados (COSTA et al., 2016; COSTA; FINGER, 2017). Outra perspectiva a ser considerada é a expressão matemática originária dos índices, inversamente proporcionais em relação ao DAP (STERBA, 1991; DURLO; DENARDI, 1998).

A proporção e a área de projeção da copa são atributos morfométricos indicativos diretos de conforto térmico e abrigo/alimento para a fauna; maiores proporções de copa minimizam a incidência de radiação solar direta e, conseqüentemente, a temperatura. Os máximos incrementos médios desses atributos foram de 48,14% (equivalente a um DAP = 5,16 cm) e 238,23 m<sup>2</sup> (equivalente a um DAP = 101,11 cm), respectivamente. Assumindo este último valor como referência potencial de área da copa (diâmetro de copa equivalente a 17,42 m), estima-se que 42 árvores sem limitações de crescimento forneceriam, aproximadamente, um hectare de área sombreada. Esse resultado possui relevância social e econômica, pois o sombreamento aumenta a vida útil do asfalto, reduz a erosão e promove o bem-estar para a instalação de áreas de lazer e convivência em centros urbanos (LEE, et al., 2018; LAFETÁ et al., 2020).

A arborização é uma prática que requer um eficiente gerenciamento para se evitar prejuízos provenientes do crescimento de árvores (HILBERT et al., 2020). Para que a copa das espécies de maior porte cresça livre de impedimentos físicos, estimou-se a distância mínima de 8,71 m (raio de copa) como ideal para que covas de plantio sejam instaladas de edificações. Ressalta-se que a poda de árvores urbanas tem sido exaustivamente realizada no país sem planejamento adequado e conhecimento técnico, sendo comum a generalização de podas a amplos conjuntos de árvores, inclusive, daquelas que não oferecem riscos à plena rotina da sociedade.

A disponibilidade de dados morfométricos é um relevante ativo na arborização urbana, que permite a identificação de locais para o plantio e estabelecimento de procedimentos silviculturais. O detalhamento de informações quantitativas se mostrou essencial para auxiliar a implantação e manejo de árvores urbanas. Equações de crescimento e produção de árvores são indispensáveis para a compreensão dos seus serviços prestados à sociedade e ambiente.

O planejamento da arborização urbana deve considerar as peculiaridades inerentes ao ecossistema, como a sua capacidade produtiva. As equações geradas, baseadas apenas no DAP como variável preditora, demonstraram capacidade em representar informações biológicas, sendo promissoras para reduzir o esforço amostral em levantamentos de copa em inventários florestais. Os resultados obtidos fornecem material de incentivo para que novas pesquisas sobre a modelagem morfométrica da copa e fuste de árvores sejam desenvolvidas em áreas urbanas, promovendo melhorias de aproveitamento do espaço verde em cidades.

## **5 CONCLUSÕES**

Relações morfométricas de árvores contidas na arborização urbana podem ser estimadas com precisão por modelos de regressão não linear.

A altura total, diâmetro a altura do solo, proporção da copa e área de projeção da copa de árvores podem ser estimados com precisão a partir do ajuste do modelo de Gompertz.

O modelo Logístico é adequado para a estimativa do índice de saliência e grau de esbeltez.

O modelo de Richards é adequado para delinear o comportamento da altura de inserção da copa em função do DAP.

Informações sobre o comportamento de curvas sigmoidais, como pontos de inflexão (máximo incremento corrente) e de máxima desaceleração do crescimento, relacionados a altura total, altura de inserção da copa, diâmetro à altura do solo, índice de saliência, grau de esbeltez, proporção da copa, área de projeção da copa e raio de copa são úteis para o planejamento do local de plantio e monitoramento arbóreo em áreas urbanas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR – 15688**: Redes de distribuição aéreas de energia elétrica com condutores nus. Rio de Janeiro, 2012. 154p.
- ABRANTES, K. K. B.; PAIVA, L. M.; ALMEIDA, R. G.; URBANO, E.; FERREIRA, A. D.; MAZUCHELLI, J. Modeling the individual height and volume of two integrated crop-livestock-forest systems of *Eucalyptus* spp. in the Brazilian Savannah. **Acta Scientiarum**, v. 41, p. 1-8, 2019.
- ANGEOLETTO, F.; SANZ, J. P. R.; ALBERTIN, R. M.; SILVA, F. F. The grass is always greener on the other side of the fence: the flora in urban backyards of different social classes. **Ambiente & Sociedade**, v. 20, n. 1, p. 1–20, 2017.
- ANGEOLETTON, F.; FELLOWES, M. D. E.; SANTOS, J. W. M. C. Counting Brazil's urban trees will help make Brazil's urban trees count. **Journal of Forestry**, v. 116, n. 5, p. 489–490, 2018.
- BRANDÃO, I. M.; GOMES, L. B.; SILVA, N. C. A. R.; FERRARO, A. C.; SILVA, A. G.; GONÇALVES, F. G. Análise quali-quantitativa da arborização urbana do município de São João Evangelista-MG. **Revista da Sociedade Brasileira de Arborização Urbana**, v. 6, n. 4, p. 158-174, 2011.
- CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração Florestal**: perguntas e respostas. 5. ed. Viçosa: Ed. UFV, 2017. 636p.
- CANETTI, A.; MATTOS, P. P.; BRAZ, E. M.; PELLICO NETTO, S. Life pattern of urban trees: a growth-modelling approach. **Urban Ecosystems**, v. 20, p. 1057-1068, 2017.
- CAO, L.; SHI, P.; LI, L.; CHEN, G. A new flexible sigmoidal growth model. **Symmetry**, v. 11, n. 204, p. 1-16, 2019.
- CERQUEIRA, C. L.; MÔRA, R.; TONINI, H. Forma do fuste de eucalipto em diferentes arranjos de plantio e espaçamentos. **Forest in Forestry Science**, v. 4, n. 3, p. 137-141, 2017.

CHU, K. H. Fitting the Gompertz equation to asymmetric breakthrough curves. **Journal of Environmental Chemical Engineering**, v. 8, p. 1-8, 2020.

COSTA, E. A.; FINGER, C. A. G. Efeito da competição nas relações dimensionais de Araucária. **Floresta e Ambiente**, v. 24, e20150145, 2017.

COSTA, E. A.; FINGER, C. A. G.; FLEIG, F. D. Influência da posição social nas relações morfométricas de *Araucaria angustifolia*, v. 26, n. 1, p. 225-234, 2016.

DURLO, M. A.; DENARDI, L. Morfometria de *Cabralea canjerana*, em mata secundária nativa do Rio Grande do Sul. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 8, n. 1, p. 55-66, 1998.

FEY, R.; MALAVASI, U. C.; MALAVASI, M. M.; SCHULZ, D. G.; DRANSKI, J. A. L. Relações interdimensionais e produtividade de pinhão-mansô (*Jatropha curcas* L.) em sistema silvipastoril. **Semina**, v. 35, n. 2, p. 613-624, 2014.

HILBERT, D. R.; NORTH, E. A.; HAUER, R. J.; KOESER, A. K.; MCLEAN, D. C.; NORTHROP, R.; ANDREU, M.; PARBS, S. Predicting trunk flare diameter to prevent tree damage to infrastructure. **Urban Forestry & Urban Greening**, v. 49, p. 1-34, 2020.

HOFMAN, J.; BARTHOLOMEUS, H.; JANSSEN, S.; CALDERS, K.; WUYTS, K.; WITTENBERGHE, S. van; SAMSON, R. Influence of tree crown characteristics on the local PM<sub>10</sub> distribution inside an urban street canyon in Antwerp (Belgium): a model and experimental approach. **Urban Forestry & Urban Greening**, v. 20, p. 265-276, 2016.

JONES, B. A.; MCDERMOTT, S. M. The economics of urban afforestation: insights from an integrated bioeconomic-health model. **Journal of Environmental Economics and Management**, v. 89, p. 116-135, 2018.

KÖPPEN, W. **Das geographische system der klimate**. Berlin: Gerbrüder Bornträger, 1936. 44 p.

LAFETÁ, B.O.; DA SILVA, F.F.; DOS SANTOS, M.A.; PIMENTA, I.A.; FONTAN, I.C.I.; FONSECA, N.R.; SARTORI, C.J. Modelagem morfométrica de *Licania tomentosa* (Benth.) por regressão logística e máquinas vetor de suporte. **Scientia plena**, v.16, n. 6, 2020.

LEE, I.; VOOGT, J.A.; GILLESPIE, T.J. Analysis and comparison of shading strategies to increase human thermal comfort in urban áreas. **Atmosphere**, v.91, p.9 (3) 2018.

LI, Y.; ZHANG, L.; TENG, Z. Single-species model under seasonal succession alternating between Gompertz and Logistic growth and impulsive perturbations. **International Journal on Geomathematics**, v. 8, p. 241–260, 2017.

LUO, J.; ZHANG, M.; ZHOU, X.; CHEN, J.; TIAN, Y. Tree height and DBH growth model establishment of main tree species in Wuling Mountain small watershed. **Earth and Environmental Science**, v.108, p. 1-6, 2018.

MACHADO, R. R.; CONCEIÇÃO, S. V.; LEITE, H. G.; SOUZA, A. L.; WOLFF, E. Evaluation of forest growth and carbon stock in forestry projects by system dynamics. **Journal of Cleaner Production**, v. 96, p. 520-530, 2015.

MENDONÇA, A. R.; CALEGARIO, N.; SILVA, G.; CARVALHO, S. P. C. Growth and yield models for eucalyptus stands obtained by differential equations. **Scientia Agricola**, v. 74, n. 5, p. 364-370, 2017.

OBIOMA, O. R.; ONOTU, S. I.; KAYODE, O. S.; YEMIOLA, I. K.; ABDULLAHI, O.; UGWU, L.; KUNLE, A. A.; AKINSOLA, O. M. Comparison of non-linear growth curve models in non-descript California and New Zealand rabbits reared in the tropical conditions of Nigeria. **Asian Journal of Research in Agriculture and Forestry**, v. 5, n. 2, p. 22-28, 2020.

OLIVIER, M.; ROBERT, S.; FOURNIER, R. F. Response of sugar maple (*Acer saccharum*, Marsh.) tree crown structure to competition in pure versus mixed stands. **Forest Ecology and Management**, v. 374, p. 20-32, 2016.

PEI, N.; WANG, C.; JIN, J.; JIA, B.; CHEN, B.; QIE, G.; QIU, E.; GU, L.; SUN, R.; LI, J.; ZHANG, C.; JIANG, S.; ZHANG, Z. Long-term afforestation efforts increase bird species diversity in Beijing, China. **Urban Forestry & Urban Greening**, v. 29, p. 88-95, 2018.

R CORE TEAM. **R**: A language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing. 2018.

SANESI, G.; COLANGELO, G.; LAFORTEZZA, R.; CALVO, E.; DAVIES, C. Urban Green infrastructure and urban forests: a case study of the metropolitan area of Milan. **Landscape Research**, v. 42, n. 2, p. 164-175, 2016.

SARTORI, R. A.; MARTINS, G. A. C.; ZAÚ, A. S.; BRASIL, L. S. C. Urban afforestation and favela: a study in a community of Rio de Janeiro. **Urban Forestry & Urban Greening**, v. 40, p. 84-92, 2019.

SEIDEL, D.; RUZICKA, K.; PUETTMANN, K. Canopy gaps the shade of Douglas-fir crowns in the western Cascades, Oregon. **Forest Ecology and Management**, v. 363, p. 31-38, 2016.

SHODA, T.; IMANISHI, J.; SHIBATA, S. Growth characteristics and growth equations of the diameter at breast height using tree ring measurements of street trees in Kyoto City, Japan. **Urban Forestry & Urban Greening**, v. 49, p. 1-8, 2020.

SILVA, F. A.; FORTES, F. O.; RIVA, D.; SCHORR, L. P. B. Caracterização de índices morfométricos para *Araucaria angustifolia* plantada na região norte do Rio Grande do Sul. **Advances in Forestry Science**, v. 4, n. 3, p. 143-146, 2017.

SILVA, G. C. S.; CALEGARIO, N.; SILVA, A. A. L.; CRUZ, J. P.; LEITE, H. G. Site index curves in thinned and non-thinned eucalyptus stands. **Forest Ecology and Management**, v. 408, p. 36-44, 2018.

STERBA, H. **Forstliche Ertragslehre**. Wien: Universität für Bodenkultur, 1991. 160p.

SUBEDI, M. R.; OLI, B. N.; SHRESTHA, S.; CHHIN, S. Height-diameter modeling of *Cinamomum tomala* grown in natural forest in Mid-Hill of Nepal. **International Journal of Forestry Research** v. 1, p. 1-11, 2018.

TAIZ, L.; ZEIGER, E.; MOLLER, I. & MURPHY, A. **Fisiologia e desenvolvimento vegetal**. 6.ed. Porto Alegre, RS: Artmed, 2017. 888p.

TJØRVE, E., TJØRVE, K. M. C. A unified approach to the Richards-model family for use in growth analyses: why we need only two model forms. **Journal of Theoretical Biology**, v. 267, n. 3, p. 417–425, 2010.

TJØRVE, K. M. C.; TJØRVE, E. A proposed family of unified models for sigmoidal growth. **Ecological Modelling**, v. 359, p. 117-127, 2017.

TRINDADE, R. N. R.; LAFETÁ, B. O.; AGUIA, V. F.; SILVA, A. G.; FERRARO, A. C.; PENIDO, T. M. A.; VIEIRA, D. S. Morfometria da copa de povoamentos de *Eucalyptus grandis* Hill ex Maiden x *E. urophylla* S. T. Blake em diferentes espaçamentos de plantio. **Scientia Forestalis**, v. 47, n. 121, p. 83-91, 2019.

UKALSKA, J.; JASTRZĘBOWSKI, S. Sigmoid growth curves, a new approach to study the dynamics of the epicotyl emergence of oak. **Folia Forestalia Polonica**, v. 61, n. 1, p. 30-41, 2019.

VIEIRA, G.C.; MENDONÇA, A. R.; SILVA, G. F.; ZANETTI, S. S.; SILVA, M. M.; SANTOS, A. R. Prognoses of diameter and height of trees of eucalyptus using artificial intelligence. **Science of the Total Environment**, v. 619-620, p. 1473-1481, 2018.

YANG, Y.; HUANG, S. Allometric modelling of crown width for white spruce by fixed-and mixed-effects models. **The Forestrt Chrinicle**, v. 33, n. 2, p. 138-147, 2017.

YUAN, R.; YANG, B.; LIU, Y.; HUANG, L. Modified Gompertz sigmoidal model removing fine-ending of grain-size distribution. **Open Geosciences**, v. 11, p. 29-36, 2019.